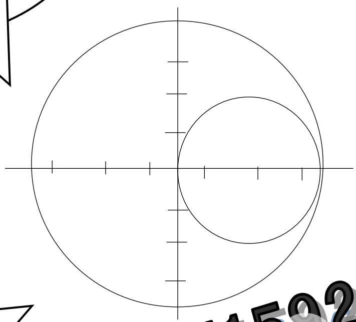
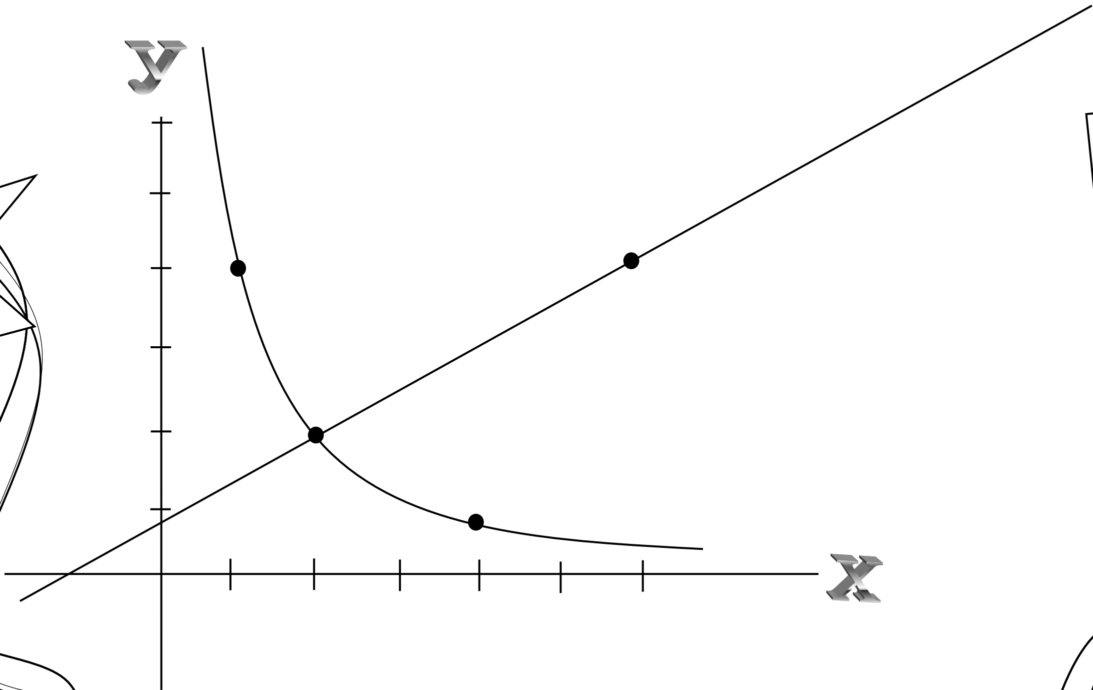


3.1415926535897932384···

数 学



中学校　第１学年　数学　4（３）

問題の学力のレベル
レベル６-A

○ 調　査　問　題

4 次の各問いに答えなさい。

（３）次の５つのもようの中から，**線対称**な図形を**すべて**選び，
アから**オ**の記号で答えなさい。

○ 調査問題の趣旨・内容

線対称な図形を選んでかく問題

【問 題 内 容】　アからオの５つの図形から、線対称な図形をすべて選び、記号で答える。

【作成の 趣旨】　この問題は、５つのもようの中から線対称な図形を選ぶ問題である。線対称な図形を選ぶためには、以下のような定義や性質を用いて確認することができる。

①1 本の直線を折り目にして二つ折りにしたとき両側の部分がぴったり重なること
②対応する辺の長さや対応する角の大きさが等しいこと
③対応する２つの点を結ぶ直線が対称の軸と垂直に交わり、その交わる点から対応する２つの点までの長さが等しい。

５つの図形をこれらの定義や性質に着目し線対称な図形を選択することで、線対称について理解しているかどうかをみるというねらいでこの問題を作成した。

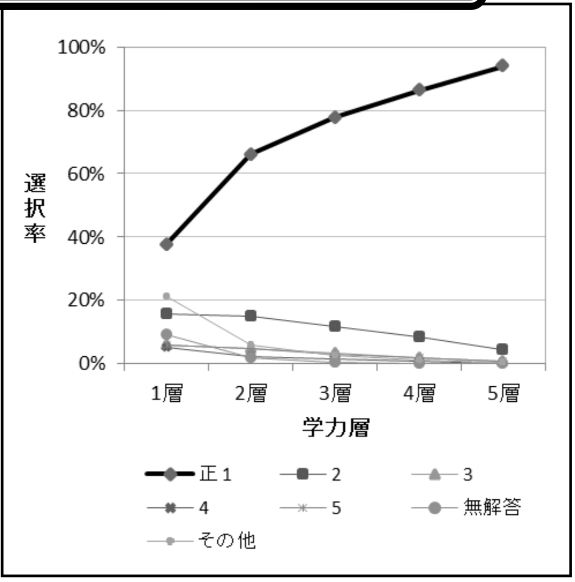
○ 誤　答　分　析

解答類型 ／ 出題のねらい	**①正答 ア、イ、オと解答しているもの**	2 イ、オと解答しているもの	3 イ、ウ、オと解答しているもの	4 ア、イもしくはア、オと解答しているもの	5 ア、イ、ウ、オと解答しているもの	無解答	その他
線対称について理解している	**73.9%**	10.7%	3.1%	1.7%	3.0%	2.0%	5.7%

正答率は73.9%である。誤答をみると、アの図形を選択しなかった生徒は、類型２、３を合わせて13.8%であった。アの図形は、●や◆で構成された単純な図形とは違い、対称の軸が斜めになるものもあり、弁別しにくいものと考えられる。また、ウを選択してしまった生徒は、類型３、類型５を合わせて6.1%であった。相対的な数は少ないものの、線対称と点対称の性質を誤って認識しているためであると考えられる。エは複雑な形であるため、線対称ではない図形として多くの生徒が認識していると思われる。無解答は、2.0%であった。

この問題は、線対称の定義や性質を理解した上で、図形を二つ折にすることなく線対称である図形を選択して解答しなくてはならない問題であるため、対称の軸を探すことがポイントとなる。実際に図形に対称の軸を書き込み、対応する点や辺、角を見付け、性質によって確認することで正しい線対称の図形を選択することができると考える。また、日常生活においてもいろいろな形の中から線対称な形を見つける活動に関心を持って取り組ませることが大切である。

○ G － P 分 析



○　最も学力の高い５層では、93.9%の生徒が正答している。

○　４層、５層は無解答率が0%、１層でも9%であることから、生徒が取り組みやすい問題であることが考えられる。

○　１層の生徒の正答率は37.7%、２層の生徒の正答率は66.2%と約２倍となっている。また、２～５層の生徒がその他を選択した率は6%以下であるのに対し、１層の生徒は20.9%であることが特徴的である。

○　線対称の定義や性質の理解が、しっかりできていれば見ただけですぐに線対称である図形からは除外されるものも、理解が不十分であるために正しい選択ができなかったと思われる。

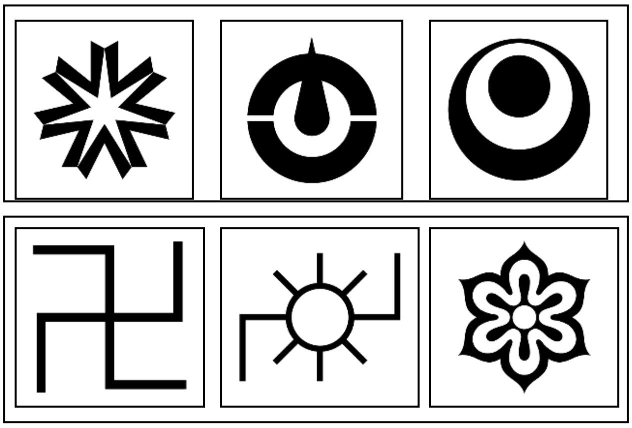
○　さまざまな図形を二つ折するなどの直接体験を多くするような学習活動を低学年から継続して行うことが必要である。

○ 指導上の改善ポイント

具体的活動をもとに、線対称や点対称な図形の概念を明確化する

主体的な学び

（１）いくつかの線対称な図形、点対称な図形を観察することで、特徴に気付かせる。



線対称な図形は…。２つに折るとぴったりと重なる形
「**どこで**折ればいいのかな…？」

どのようにするとぴったり重なるのか
を具体的な操作をもとに考えさせる。

どこを、どのように、どうやって、どのくらい

点対称な図形は…。くるっと回すと元の形に重なる形
「**どのようにして**回せばいいのかな…？」

線対称と点対称の両方の特徴を持つ形は…？

線対称と点対称のどちらの特徴も持たない形は…？

対話的な学び

（２）対称な形の性質を対応する辺、点、角を使って、言葉を使って簡潔に説明させる。

≪線対称な図形は≫

線対称な形を見つけるポイント

・『対応する辺』の長さは等しい。
・『対応する角』の大きさは等しい。
・対応する２つの点を結ぶ直線は、『対称の軸』で二等分される。

≪点対称な図形は≫

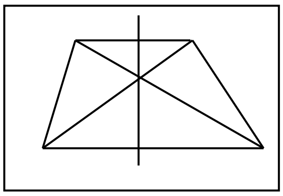
点対称な形を見つけるポイント

・『対応する辺』の長さは等しい。
・『対応する角』の大きさは等しい。
・対応する２点を結ぶ直線は『対称の中心』を通り、対称の中心から対応する点までの長さは等しい。

線対称や点対称の図形の概念を活用して、それぞれの図形を弁別する

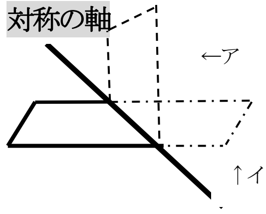
○対称な図形の概念を活用し、基本図形を対称という観点から整理する。

（例）



対称の軸で折っても重ならない。
対称の中心が見つからない。
だから…
線対称な形でも点対称な形でもない

≪中学校へのつながり発展問題≫
★対称の軸を斜めにした作図問題★



対称の軸を中心に**線対称な図形**を作図します。アとイどちらが正しい？

中学校　第１学年　数学　5

問題の学力のレベル
レベル 10-A

○ 調　査　問　題

5　右のような１辺 20 cm の正方形と，半径 20 cm の円の一部分を重ねた図形があります。

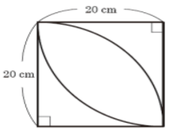
あすかさんは，円周率を 3.14 として，この図形のある部分の面積を，

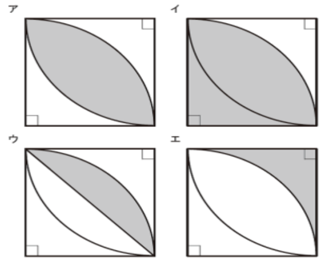
400－314

という式で求めました。

あすかさんが求めた部分はこの図形のどの部分の面積ですか。

あすかさんが求めた部分に色をぬって表したとき，正しいものを次のアからエの中から１つ選びなさい。





また，あすかさんの面積の求め方を，次の「**説明**」に続けて書きなさい。そのとき，言葉や式だけでなく，図形をかいて説明しても構いません。

説明

あすかさんが求めた式　400－314　のうち，

400 は，□（正方形）の面積で，20 × 20 で求めることができます。

314 は，

○ 調査問題の趣旨・内容

「円や正方形などの面積の公式を用いて、与えられた式によって求められる部分がどこであるかを考え説明する力」が身に付いているかどうかを見る問題

【問 題 内 容】　正方形と円の一部分を重ねた図形の中で求められている部分を選び、その求め方を説明する。

【作成の趣旨】　この問題は、面積の求め方を説明する力をみる問題である。この問題のポイントは、面積を順序よく求めるところであり、順序立てて説明する力が求められる。

○ 誤　答　分　析

解答類型 ／ 出題のねらい	①正答 エを選択し、(a)円を４等分した形の面積であること，(b) 面積の求め方を具体的数値で表していること。を記述していること	2 (a)を記述しているもの	3 (b)を記述しているもの	4 (a)または(b)について記述しているが，記述の不足や内容に誤りがあるもの	5 左記以外の解答	6 エを選択していないもの	無解答	その他
面積の求め方を説明することができる	**13.0%**	4.0%	7.0%	7.0%	5.0%	62.0%	1.0%	1.0%

正答率は 13.0%であり、面積の求め方を説明することができる生徒は非常に少ない。

本設問は、①提示されている式が、どの面積を求める式になっているか

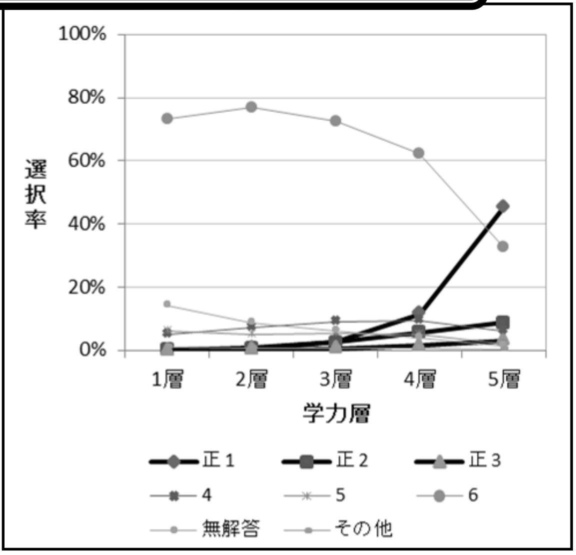
②３１４が、円を４等分した形の面積を表していること

③面積の求め方を具体的な数値で表していること

という内容がすべて書かれている答案が正答となるが、提示されている式が、どの面積を求める式になっているかを理解していない解答が多く見られた。また、誤答の中には、式の理解はできているものの、説明の内容が不十分であるものも見られた。このような設問に関しては、答えがどのようにして導かれているのか、答え方の見通しを立てさせる指導を重視することが大切である。

円周の長さや円の面積を求める公式についての理解が不十分な生徒や、小数を含む乗法の計算につまずきがみられる生徒もいることが伺える。円の学習は、生徒にとってつまずきやすい学習であると捉え、基礎的・基本的な知識や計算技能の定着を丁寧に図っていくことが重要である。

○ G － P 分 析



○　本設問は正答率が全体として非常に低く、５層でも正答率が45%程度である。

○　正答率は、全体として低いが、無解答率は決して高くはなく、１層についても多くの生徒が自分なりの解答を行っていることが伺える。このことから、問題解決において自分なりの考えをもって取り組んではいるものの、面積の求め方の理解が十分でなかったことが原因と考えられる。

○　類型６の項目がどの学力層でも半数近くいることから、提示されている式が、どの面積を求める式になっているかの理解に課題があるといえる。面積についての量感覚が身に付いていないと思われる。

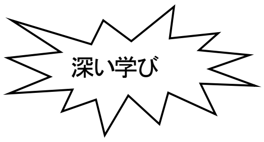
○ 指導上の改善ポイント

本設問では、円や正方形などの面積の公式を用いて、与えられた式によって求められる部分がどこであるかを考え、説明する力が求められる。

① **面積の公式を理解させる指導**

・公式を繰り返し暗唱させる。また、算数コーナーを設置し、既習の公式を掲示する。

・公式が導き出される過程を重視し、単なる公式の暗記にならないようにする。

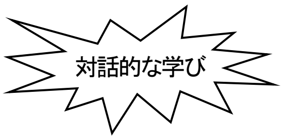


② **説明する力を身に付けさせる指導**

・問題の答え方を、箇条書きなどでノートに順序よく書かせる。

・穴埋め式の説明マニュアルを用意し、筋道を立てて説明できるようにさせる。

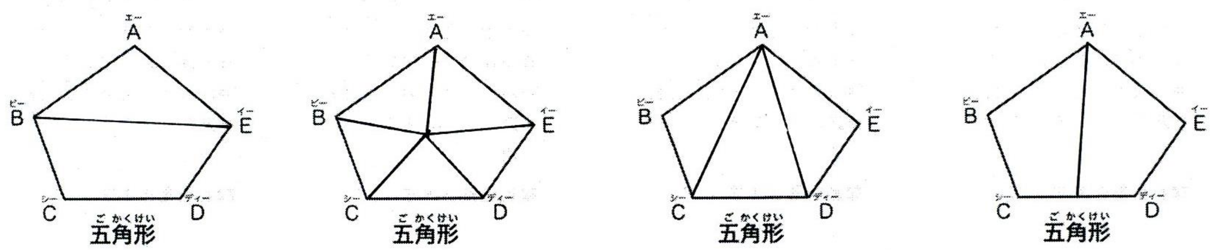
・ペアやグループで説明をさせ、説明する機会を多く確保する。（アウトプットの重視）



式と図を一致させる指導例　～五角形の内角の和を求める～

問題　　次の式で求められる五角形の内角の和は、どの補助線が引いてある五角形でしょうか。

①１８０×３＝５４０　②１８０＋３６０＝５４０　③９００－３６０＝５４０　④７２０－１８０＝５４０



●問題解決的な授業を展開し、主体的な学び、対話的な学びを一層充実させていくことが大切である。

●上記の問題の自力解決が難しい場合は、対話的な学びを通して、式を読む活動を充実させたい。

●生徒の説明には不十分な表現が多く見受けられる。図を的確に理解し、その思考過程や結果を表したり、説明したりする際には、説明するべき事柄とその根拠を数学的な表現を用いて説明する活動を継続して指導していくことが重要である。そのような丁寧な指導が、中学校での証明問題へとつながっていく。

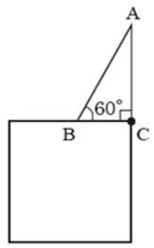
中学校　第２学年　数学　4（２）

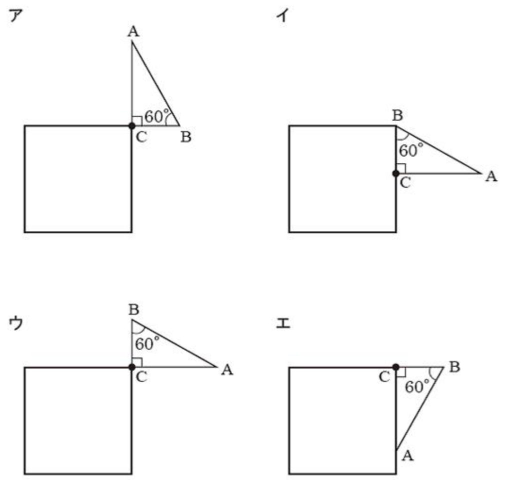
○ 調　査　問　題

問題の学力のレベル
レベル７-B

4 次の各問いに答えなさい。

（２）次の図のように，正方形の１辺と直角三角形 ABC の辺 BC が重なっています。
この直角三角形 ABC を，点 C を中心として時計回りに 90° 回転移動させた図形を，下の**ア**から**エ**の中から１つ選びなさい。





○ 調査問題の趣旨・内容

「図形の回転移動について、移動前と移動後の２つの図形の辺や角の対応を読み取る力」が身についているかどうかをみる問題

【問 題 内 容】　直角三角形を回転移動した図形として適切なものを選ぶ。

【作成の趣旨】　この問題は、直角三角形について、１つの頂点を中心として、時計回りに９０°回転移動した図形を選択できるかどうかをみる問題である。この問題のポイントは、回転移動における辺や角の移動を正確に捉えることであり、移動前と移動後の図形を見比べながら、辺や角の対応から回転の大きさなどの情報を読み取る力が求められる。

また、図形の移動を通して学習する様々な内容は、第１学年における作図や、第２学年における合同な図形の学習の土台であり、図形を考察する基礎となることから、十分に定着を図る必要がある。

○ 誤　答　分　析

出題のねらい ＼ 解答類型	1 アを選択	2 イを選択	**③正答 ウを選択**	4 エを選択	無解答	その他
図形の回転移動について理解している	5.3%	11.3%	**69.5%**	13.4%	0.5%	0.0%

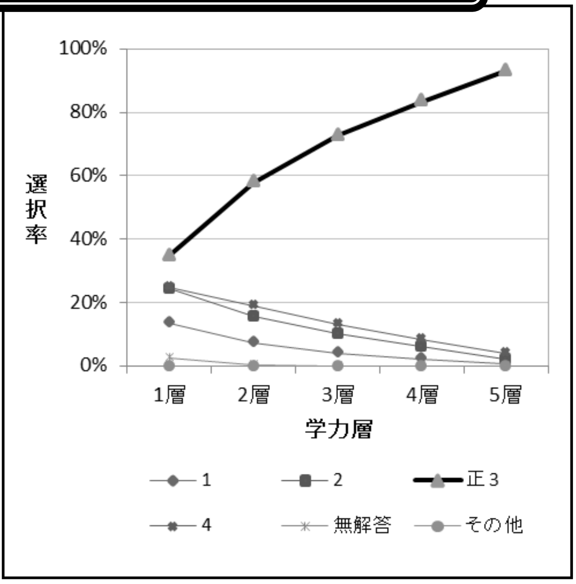
正答率は69.5%であり、回転移動における辺や角の移動を捉え、辺や角の対応から回転の大きさなどの情報を読み取ることに、やや課題がある。

誤答では、「エを選択」した生徒が最も多く、全体の13.4%である。エの図形は、頂点Cを中心としているものの、回転の大きさは180°である。この誤答を選択した生徒は、「対応する点」と「回転の中心」を結んでできる角の大きさから「回転の大きさ」を調べることについて、十分に理解していないことが考えられる。

次に多かったのは、「イを選択」した生徒であり、全体の11.3%である。イの図形は、頂点Cを中心として時計回りに90°回転移動しているものの、さらに下の方向へ平行移動しており、結果として回転の中心である頂点Cが移動している。この誤答を選択した生徒は、回転の中心に関する理解が不十分であることが考えられる。

また、「アを選択」した生徒は全体の5.3%、無解答の生徒は全体の0.5%であり、平行移動や対称移動を含めた図形の移動について、理解が不十分であることが考えられる。

○ G － P 分 析



○ １層の生徒は、正答率は34.7%であり、２層からは正答率は50%を超え、５層では正答率は90%を超えており、学力層が上がるにつれて、正答率が高くなっている。

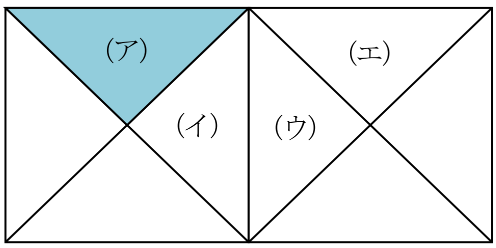
○ 無解答の生徒の割合は、１層では 2.7%、２層では 0.2%であり、３層からは0.0%である。

○ １層では、解答類型２と４の選択率がほぼ同じ割合になっており、選択率もそれぞれ２割を超えていることから、回転移動について、実感を伴った理解に課題があり、頭の中でイメージを膨らませることができていないと考えられる。

○ 指導上の改善ポイント

図形を実際に切り抜いて並べたり、移動したりする活動を通して、実感を伴った理解を促す指導
図形の移動について説明する活動を通して、言葉や図形などを関連付けた理解を促す指導

課題　下の図において、直角三角形（ア）を移動して、他の直角三角形と重ねよう。また、どのように移動したのか、自分なりの言葉で説明しよう。



【指導上の留意点】
□全体の図形が印刷された用紙と、切り取られた直角三角形を用意します。生徒が、実際に図形を移動し重ねる作業を行いながら、課題に取り組めるようにします。
□移動は、なるべく少ない操作で行うこととし、ワークシート等に、どのような移動をしたのか、記録できるようにします。

対話的な学び

実際に、切り取った直角三角形を移動し、他の直角三角形と重ねてみよう。また、このとき、どのように移動したのか、自分なりの言葉で説明してみよう。

（ア）の直角三角形は、移動して（イ）に重ねることができます。このとき、私は（ア）を“ひっくり返して”重ねました。

（ア）の直角三角形は、移動して（ウ）に重ねることができます。このとき、私は（ア）を“回して”重ねました。

“回して”重ねたということですが、どのように回したのですか？ 詳しく説明することはできますか？

左回りです。時計回りとは反対の方向に回して重ねました。

（ア）の直角三角形は、移動して（エ）に重ねることができます。このとき、私は（ア）を右の方向に“ずらして”重ねました。

私も（ア）の直角三角形を（エ）に重ねました。でも、私は“ずらして”重ねたのではなく、“ひっくり返して”重ねました。

同じ三角形に重ねる場合でも、移動の仕方はいろいろありますね。

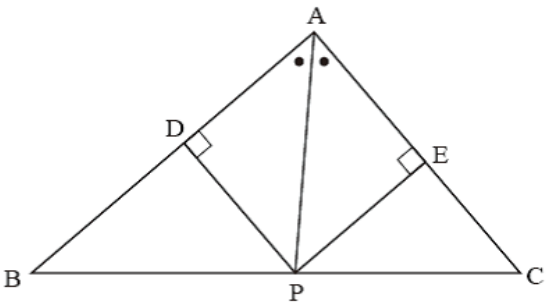
中学校　第２学年　数学　4（３）

○ 調　査　問　題

問題の学力のレベル
レベル９-A

4　次の各問いに答えなさい。

（３）次の△ABC において，∠BAC の二等分線をひき，辺 BC との交点を P とします。
点 P から辺 AB に垂線をひき，辺 AB との交点を D，点 P から辺 AC に垂線をひき，
辺 AC との交点を E とします。このとき，つねに成り立つ関係として正しいものを，
下の**ア**から**エ**の中から１つ選びなさい。



ア　BP＝CP
イ　DB＝EC
ウ　DP＝EP
エ　∠APB＝∠APC

○ 調査問題の趣旨・内容

「角の二等分線の図形の対称性」をもとに作図されていることを理解し、等しい辺を見つけることができるかをみる問題

【問 題 内 容】　与えられた図形について常に成り立つ関係として適切なものを選択する。

【作成の趣旨】　この問題は、与えられた図形について常に成り立つ関係を適切に選択することができるかどうかをみる問題である。この問題のポイントは角の二等分線の対称性である。この問題を解くためには、角の二等分線上の点から角の２辺までの距離は等しいことを理解する力が求められる。基本的な作図の理解を図るとともに、作図の学習においても根拠をもとに考える力を育てる必要がある。また、中学校第２学年の「図形の合同」の学習でも、数学的な推論（帰納、類推、演繹）が必要な力とされる。

○ 誤　答　分　析

解答類型／出題のねらい	1 アを選択	2 イを選択	**③正答 ウを選択**	4 エを選択	無回答	その他
角の二等分線の図形の対称性について理解している。	20.9%	9.2%	**36.8%**	31.6%	1.5%	0.0%

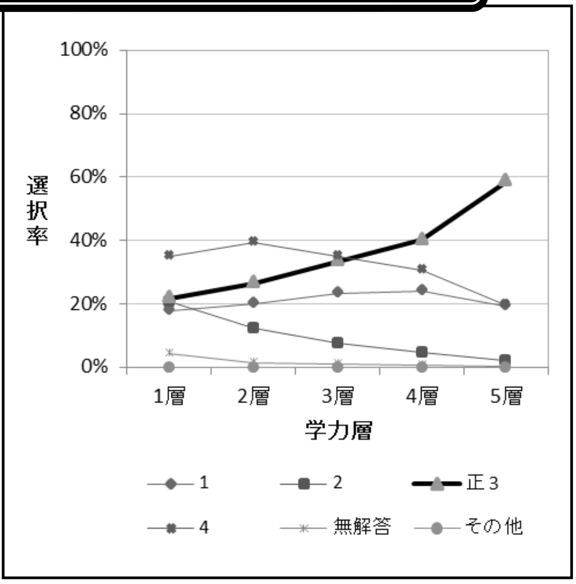
正答率は36.8%である。角の二等分線上の点から２辺までの距離は等しいことを理解・活用する力が課題とみられる。

最も多かった誤答は、31.6%の生徒が選んだ「エ　∠APB＝∠APC」である。小学校第６学年で学習した平面図形の対称性や中学校第１学年で学習した角の二等分線の性質についての理解をしていても、今回のような問題に対応する理解が不十分であることが考えられる。

次に多かった誤答は、20.9%の生徒が選んだ「ア　BP=CP」である。問題文の把握、図形の特徴を捉えることが不十分であり、与えられた図を見た印象だけで、「ア」を選択した生徒も多くいたのではないかと考えられる。

「イ　DB＝EC」を選んだ生徒は9.2%である。こちらも「ア」を選んだ生徒と同様に、与えられた図を見て直観的に選んでしまったのではないかと考えられる。

○ G － P 分 析



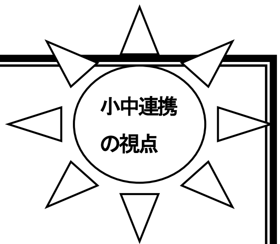
○　正答率 36.8%で全体としても低く、やや難しい問題であった。５層においても正答率が 58.5%である。

○　正答率は、全体として低いが、無解答率は高くない。生徒が、設問に対して自分なりの解答を行っていることが伺える。

　このことから、問題解決において自分なりの考えや解答しようとする意欲が見られる。しかし、全体として、角の二等分線の理解が角だけにとどまり、角の二等分線上の点から２辺までの距離は等しいことの理解が不十分であったと伺える。

○　特に、１層～４層の生徒においても、「エ」を選択していることが多いことからも、角の二等分線上の点から２辺までの距離は等しいことの理解が不十分であることが見て取れる。

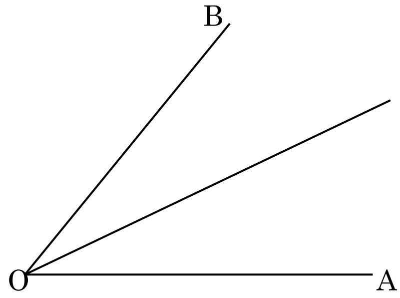
○ 指導上の改善ポイント



　角の二等分線は２等分される角が等しいことは多くの生徒は理解している。角の二等分線の対称性も小学校第６学年で学習した平面図形で学んだ知識の振り返りを行いながら、指導の中に取り込んでいく必要がある。

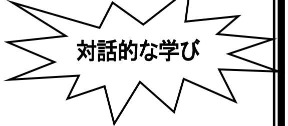
角の二等分線の作図の手順を操作活動を通して理解を深める指導

【問題】∠AOB の辺 OA と OB が重なるように折ってみましょう。折り目の線について気が付いたことをあげてみましょう。そして、角の二等分線の次の手順に沿って作図しよう。



〔作図方法〕
①角の頂点 O を中心とする円を書き、角の２辺との交点を C、D とする。
②C、D を中心として等しい半径の円を書き、その交点を E とする。
③半直線 OE をひく。

＜展開例＞　　T：教師　　S：生徒
T：辺 OA と OB が重なるように折って、また開くと、折り目の線はどんな線ですか。
S：∠AOB を半分にする線になりました。
T：他にはどうですか。
S：∠AOB が折り目の線で対称になっています。
T：対称とはどういうことですか。
S：２辺 OA、OB を重なるので、折り目の線の１点から OA、OB までの長さが等しいです。
T：言葉でまとめると、どういうことですか。
S：角の二等分線上の点から角の２辺までの距離は等しいです。



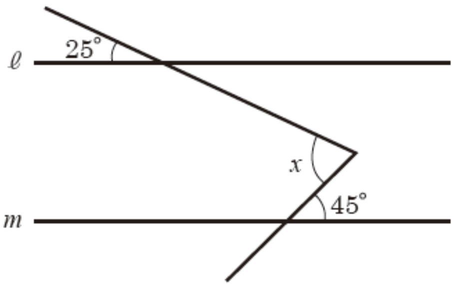
　作図の指導では、作図の手順のみ示すのではなく、直感的な見方や考え方を深め、図形について言語活動を通して、論理的な思考を促すことが大切である。まとめで、作図の性質を振り返り、しっかりと定着を図る必要がある。

○ 調　査　問　題

問題の学力のレベル
レベル６-A

[4] 次の各問いに答えなさい。

（３）次の図で，$\ell \parallel m$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



○ 調査問題の趣旨・内容

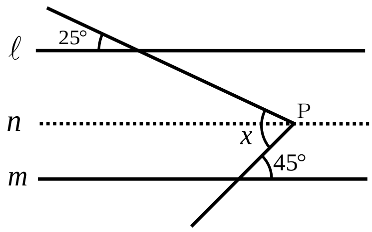
「平行線や角の性質を用いて、角の大きさを求めること」ができるかどうかをみる問題

【問 題 内 容】　補助線をかくことによって既習の図形をつくり出し、平行線や多角形の性質を用いて、角の大きさを求める。

【作成の趣旨】　この問題は、平行線や角の性質を用いて、角の大きさを求める問題である。

この問題のポイントは、右の図のように点Ｐを通り、直線ℓ，m と平行な直線n をかくと、平行線の同位角や錯角は等しいことを根拠にして、角を１か所に集めることができることに気付くことであり、平行線の性質についての理解や活用する力が求められる。

　平行線や角の性質を用いて角の大きさを求めることは、図形の性質を考察したり、証明したりする際に必要であることから、この問題を作成した。



○ 誤　答　分　析

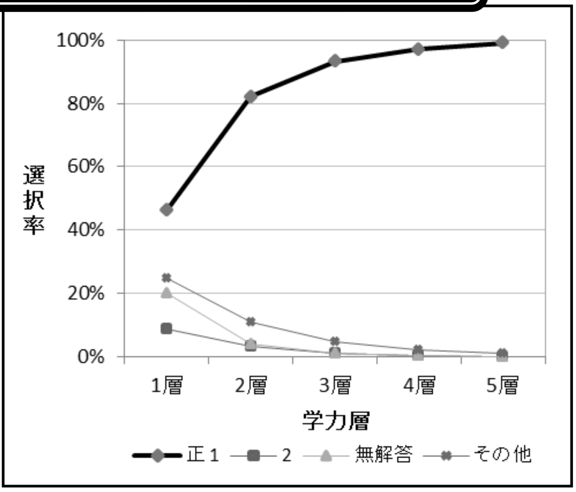
出題のねらい ＼ 解答類型	**①正答 ７０ と解答しているもの。**	２ １１０ と解答しているもの。	無解答	その他
平行線の性質について理解している	**84.2%**	2.7%	4.8%	8.4%

　正答率は84.2%であり、多くの生徒が平行線や角の性質を用いて、角の大きさを求めることができる。

　誤答は様々である。補助線のかき方によって、「平行線の同位角や錯角」、「多角形の内角の和」、「三角形の外角の性質」などの知識を活用することになり、これらの性質の理解が不十分な生徒や補助線をかいて試行錯誤を繰り返す経験が不足している生徒が、正答できなかったと考えられる。

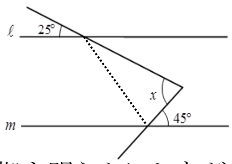
　指導に当たっては、補助線をかくことによって、平行線の同位角や平行線の錯角の位置にある角、多角形の内角の１つ、三角形の外角などのような見方に気付く場面を設定することが大切である。

○ G － P 分 析



○ 無解答率は4.8%であり、その多くは１層の生徒である。また、正答率は２層から急激に上がり 80%を超える。下位層の生徒の力をいかにして伸ばすかが課題であるといえる。

○ 本設問の解決には、補助線をかいて、「平行線の同位角や錯角」や「多角形の内角の１つ」、「三角形の外角」の性質などの知識を活用する力が必要である。下の図のような補助線をかくと、正答にたどり着くことが難しく、下位層の生徒は、そのように補助線をかき、平行線や角の性質を用いることができなかったために、無解答が多くなったと考えられる。



○ 様々な補助線のかき方を取り上げて、根拠を明らかにしながら正答を導く経験を積む授業を展開する必要がある。

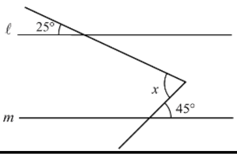
○ 指導上の改善ポイント

主体的な学び

多様な方法で考えて基本的な平面図形の性質を見いだし、根拠を明確にして説明できるようにする指導

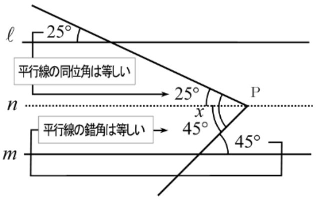
アクティブ・ラーニングの視点

右の図で、ℓ // m のとき、∠x の大きさを、図形の性質を使って、いろいろな方法で考えてみましょう。

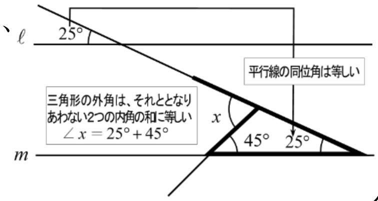


① 補助線のかき方
② どのように平行線や角の性質を用いたか
を明らかにして説明しましょう。

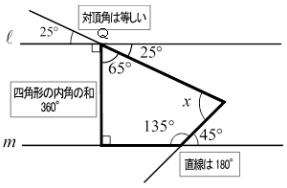
点Ｐを通り、直線ℓ，m と平行な直線n をひきます。
「平行線の同位角や錯角は等しい」から、
∠x ＝25°＋45°
＝70°
になります。



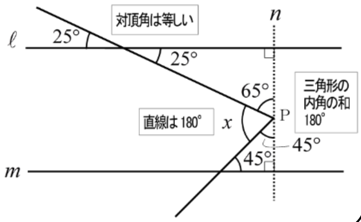
図のように、半直線を直線m まで延長します。
「平行線の同位角は等しい」、
「三角形の外角の性質」
を用いると、
∠x ＝25°＋45°
＝70°
になります。



図のように、点Ｑから直線m に垂線をひきます。
「対頂角は等しい」、「直線は180°」、
「四角形の内角の和360°」
を用いると、
∠x ＝360°－(65°＋90°＋135°)
＝70°
になります。



図のように、点Ｐから直線ℓ，m に垂線n をひきます。
「対頂角は等しい」、
「三角形の内角の和180°」、
「直線は180°」を用いると、
∠x ＝180°－(65°＋45°)
＝70°
になります。



考えを深める学び合いの充実

対話的な学び

ペアやグループ、全体で説明し合う活動を通して、考えを深めます。学び合いで考えを深めるためには、全体やグループ学習で生徒の数学的な見方や考え方を育てる教師の関わりが重要です。

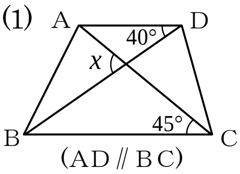
・似ている（ちがう）ところはないか（比較）
・なぜ、こうなるのか（考えたのか）（理由・根拠）
・もし、〇〇だとしたらどうなるか（条件）
・図（式）で表すとどうなるか（図形化・式化）
・もっと簡単にできないだろうか（簡便性）
・これで本当に正しいか（吟味）
・さらによい方法はないだろうか（発展）
・この考えのよさは何か（価値）
・どんなときもいえることは何か（一般化）

発展的に考え、問題の条件の一部を変えた問題の実施

深い学び

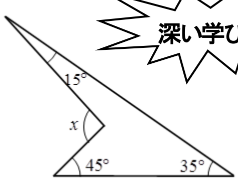
1 下の図で、∠x の大きさを求めましょう。

(1)

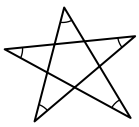


(AD // BC)

(2)

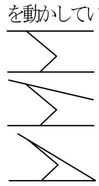


2 下の図で、印をつけた５つの角の和を求めましょう。



1(2)の学習内容が使えないかな。

直線ℓ を動かしていくと…



中学校　第３学年　数学　$\boxed{3}$（４）

○ 調　査　問　題

問題の学力のレベル
レベル９-A

$\boxed{3}$ 次の各問いに答えなさい。

（４）内角の和が 1080°の多角形は，何角形か求めなさい。

○ 調査問題の趣旨・内容

「多角形の内角の性質」を理解できているかどうかをみる問題

【問 題 内 容】　多角形の内角の和から何角形かを求める。

【作 成 の 趣 旨】　この問題は、多角形の内角の性質を理解できているかをみる問題である。一般の多角形である n 角形の内角の和が $180\times(n-2)$で求められることから、$180\times(n-2)=1080$ を満たす n を求めるのがこの問題のポイントである。

一般の n 角形で、ある頂点から両隣の頂点以外のすべての頂点を結ぶと三角形が$(n-2)$個できる。内角の和が 180°の三角形が$(n-2)$個あるから、一般の n 角形の内角の和は $180\times(n-2)$で求められる。この式について、図形としての意味の理解が求められる。

○ 誤　答　分　析

解答類型 ／ 出題のねらい	**①正答 八角形**	２ 六角形	無解答	その他
$180\times(n-2)=1080$ を利用して、内角の和から何角形かを求めることができる	**49.4%**	22.3%	6.8%	21.5%

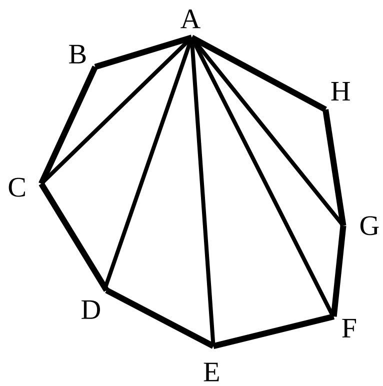
正しい解である「八角形」と解答した生徒は 49.4%にとどまっている。このことから、一般の n 角形の内角の和を求める式 $180\times(n-2)$の代数的な処理や幾何学的な意味の理解は、決して十分とはいえない。

最も多い誤答は、「六角形」である。1080°を三角形の内角の和である 180°で割って６を得たことによる。ある頂点から両隣の頂点以外を結んでできる三角形が６個できる、すなわち対角線が１つの頂点から６本ひける多角形は何か、という考察にまで至っていない。

その一方で、八角形または六角形と解答した生徒の割合は 71.7%で、三角形の内角の和が 180°であることを手がかりに、内角の和が 1080°の多角形について考えた生徒が７割を超えた、とみることもできる。

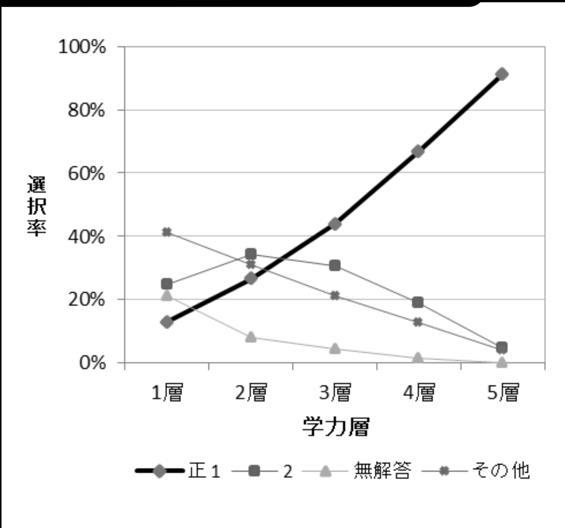
「その他」の誤答に、$180\times(n-2)=1080$ までは導けたと思われるものもあった。

三角形の内角の和は十分定着しており、この既習事項を生かしてどのように多角形につなげるかが指導する上で、重要となる。



八角形は６つの三角形に分けられる

○ G － P 分 析



○　４層で約７割、５層で９割と高い選択率である。しかし全体では正答率は49%と決して高くない。

○　下位層では正答の「八角形」より、「六角形」という解答が多い。内角の和が1080°の多角形が、内角の和が180°である三角形のいくつに分けられるかを、1080°÷180°で求めたにすぎない。６つの三角形に分けられる多角形は何か、という考察にまで至っていない。

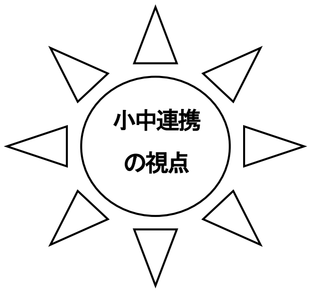
○　三角形の内角の和が180°であることをもとに多角形の内角の和を求めること、一般のn角形の内角の和が$180\times(n-2)$で表されることへの理解が、特に２層と１層には十分でないことを意味する。

○ 指導上の改善ポイント

◎　小学校で学んだ、三角形の内角の和が180°であることの定着はよいと言える。その一方で、一般のn角形の内角の和を求める式$180\times(n-2)$の幾何学的な意味の理解は、決して十分とはいえない。本調査第６学年では、六角形の六つの角の大きさの和が720°であることを説明させたが正答率は４割程度であった。

・この式で$n-2$が何を意味しているのか
・なぜこの式が多角形の内角の和を表すのか
・１次方程式としての$180\times(n-2)=1080$をどう解くか

などの点で、重点的な指導を必要とする。



（１）**演繹的に内角の和を求める活動**　（具体的な活動）

○　三角形、四角形、五角形、六角形…と内角の和を求める。
○　既習事項を生かし、三角形の内角の和が180°であることを利用する。
・内角の和を計算で求めるよさに気付かせたい。
・「もっと頂点が多い多角形ではどうかな」という一般性への関心を持たせたい。

（２）**一般の多角形の内角の和の求め方を考える活動**　（一般化）

○　多角形の内角の和が180°×□になることより、その□（$n-2$）の意味を説明の重点にする。
・「四角形は、対角線を１本ひくと、２つの三角形に分けられる。だから180°×2＝360°である。」「五角形は、3つの三角形に分けられる。だから180°×3＝540°である。」
・三角形では180°×1、四角形では180°×2、五角形では180°×3・・・から、帰納的に一般のn角形の内角の和が$180\times(n-2)$となることを確認する。
○　発展的に「三角形に分ける分け方によってはどうなのか」課題にしてもよい。

（３）**説明する活動**

○　活動の成果のアウトプットを行う。
・$n-2$の意味の説明に重点を置く。S1「180でわって２をたせばいい」、S2「なんで！？」
・前に求めた三角形、四角形、五角形…の内角の和の値と$180\times(n-2)$による値が一致することを確認する。
○　多角形の頂点が増えるとともに、対角線の数が増え、分ける三角形の数が増えることに注目させる必要がある。

（４）**学習したことを活用する活動**

○　$180\times(n-2)$を利用して、多角形の内角を求める。
・一般の多角形の内角の和を求められることに気付かせる。
○　本調査問題のような、所与の内角の和となる多角形が何角形かを求める。
・１次方程式$180\times(n-2)=$□を解く。