

# 第3学年 数学科学習指導案

日時：平成27年11月26日（木）第5校時  
場所：教室

## 1 単元名 相似な図形 「多角形の周りの長さや面積を考えよう」

・・・ピククの定理の考察より・・・

## 2 単元について

### 《相似の意味》

小学校算数科においては第6学年で、図形についての観察や構成などの活動を通して、縮図や拡大図について学習している。つまり、2つの図形の形が同じであるということ縮図や拡大図を通して理解しているのである。中学校数学科では、これらの学習の上に立って、三角形や多角形などについて形が同じであることの意味をさらに明確にすることになる。

### 《中学校での図形の指導について》

数学的に推論することによる図形の考察の意義は、1つには既習の図形の性質を整理し、論理的に体系付け、組み立てていくことにある。その際、合同と相似は重要な概念である。第2学年では、三角形の合同条件を用いて三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめることを学習している。第3学年では、三角形の相似条件などを用いて図形の性質を論理的に確かめ、数学的に推論することの必要性や意味及び方法の理解を深め、論理的に考察し表現する能力を伸ばす。また、基本的な立体の相似の意味を理解し、相似な図形の性質を用いて図形の計量ができるようにすることもねらいである。

### 《本単元の主な目標》

図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現する能力を伸ばし、相似な図形の性質を用いて考察することができるようにする。具体的な目標は次の5つである。

- ①平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解すること。
- ②三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめること。
- ③平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめること。
- ④基本的な立体の相似の意味と、相似な図形の相似比と面積比及び体積比の関係について理解すること。
- ⑤相似な図形の性質を具体的な場面で活用すること。

### 《相似比と面積比の関係について：本時の内容》

相似な平面図形では、対応する線分の長さの比は相似比に等しいが、それらの面積比は線分の長さに等しくならず、相似比の2乗になっていることを理解できるようにする。また、相似な図形の相似比と面積比との関係（ $m:n$ のとき $m^2:n^2$ ）をこのようにとえることによって、ある図形の面積が分かっているとき、その図形と相似な図形の面積を、元の図形との相似比を知ることによって求めることができるようにする。

### 3 生徒の実態

#### 《学級の雰囲気》

本学級の生徒は、基本的な学習習慣や学習規律が定着しており、毎時間の授業で、ほぼ全員が学習内容を懸命に理解しようとする態度で臨んでいる。具体的には以下のようなことがしっかりとできている。

- ①教師の説明や発表者の考え等をよく聞くことができる。
- ②間違っただけがあっても、和やかな雰囲気であり（間違っただけの本人が嫌な思いをしない）、間違っただけの原因を追究することができる。
- ③生徒同士の教え合い学習ができる。
- ④問題解決を目指し、制限時間内は、私語もほとんどなく真剣に考えることができる。

#### 《数学の内容に関すること》

4月と10月に数学に関する意識調査（目的：授業改善のため）をおこなった。主な結果は次の通りである。

【回答者33名】

	4月の結果	10月の結果
数学が好きですか？	・4月当初よりも、数学好きが増加傾向である。	
①好き	15%	18%
②どちらかと言えば好き	18%	42%
③どちらかと言えば嫌い	55%	30%
④嫌い	12%	9%
毎時間の授業内容を理解して終わっていますか？	理解度90%以上	24%
	理解度60%～90%	48%
	理解度20%～60%	21%
	理解度20%未満	6%

#### 【数学が好きな主な理由】

- ・問題が解けたときの達成感が嬉しい。
- ・やり方はたくさんあるが、答えが1つであること。
- ・パターンが理解できると、それを応用して難しい問題も解けるようになること。
- ・作図ができたとき、すごく感動できる。
- ・計算がピッタリ合うと気持ちが良い。
- ・日常生活においても数学が使えるし、役に立つと思う。

#### 【数学が嫌いな主な理由】

- ・考え方や方針が見えない。
- ・問題の意味が分からない。
- ・計算することが苦手である。

### 【特に苦手としている単元】

- 関数 (36%) ・グラフを読み取ること ・グラフをかくこと  
・一次関数の意味 ・一次関数の式を求めること  
・関数と図形が絡んだ問題 (特に動点)
- 図形 (55%) ・証明問題 ・立体の体積や表面積を求めること  
・空間図形 ・扇形、円錐、球に関する問題  
・作図問題
- 確率 (9%) ・すべてで何通りかを求めること  
・場合の数が正確に求められないこと  
・樹形図が正しくかけない

### 【家庭学習等での1日あたりの数学勉強時間】

0～30分	39%	30～60分	55%
60～90分	3%	90～120分	3%

### 【分からない問題があったときの対処方法】：複数回答可

- ・とにかく、自力で何とかしようとする (24%)
- ・親に聞く (6%)
- ・塾の先生に聞く (42%)
- ・友人に聞く (12%)
- ・学校の先生に聞く (61%)
- ・あきらめてしまう (9%)

3年生になって、授業を通して、若干数学に興味関心を持つ生徒が増えている。数学に苦手意識をもつ生徒も多くいるが、具体的に、どの単元が苦手であるのかを理解している生徒が大半である。授業で内容を理解して終わることができるが、その日のうちに復習する時間が少なく、定着していない生徒もいる。

### 《図形に関すること》

図形を不得意としている生徒の主な理由は、①証明の書き方や方法が分からないこと ②作図の応用ができないこと (基本の作図をどのように使うのかが理解できていない) ③空間図形が頭の中で想像できず、具体物がないと分からないこと。④有効な補助線が引けず解答方法が全く見えないこと 等が考えられる。また、自分では理解できているが、その考えを相手に伝えることが難しい (説明に時間がかかる・根拠が曖昧になってしまう) ということもあり、他の領域よりも苦手意識をもっている生徒が多いと考えている。

## 4 指導について

### 《基本的な考え方》

「好きこそもの上手なれ」という言葉もあるように、数学を理解するための近道は、数学を好きになることである。それ故に授業では、①数学に興味・関心をもたせること ②数学の問題を解けるようにし、達成感を味わわせること ③数学が実生活に役立っていることを知ること を大切にしながら指導を行っている。

### 《具体的な指導の工夫》

授業内容を理解することは、限られた時間の中で、どれだけ集中して取り組むかによって、大きく左右される。また、集中力は考える学習内容に興味をもつか、そうでないかによっても影響される。故に導入の段階では、魅力ある導入問題を提示し、どれだけ生徒の関心をもたせるかに主眼を置いている。また、展開時は、生徒の実態に応じてのヒントの出し方や発表方法、個別指導の充実が大切である。特に発表方法については、問題の難易度に合わせて、次のような手法を取り入れている。

- ①復習問題や重要語句に関する発問→→→指名されて困る人が起立する。  
(実態把握が容易にでき、この後の展開で優先的に個別指導をおこなうことができる)
- ②答えが規則的な問題や簡単な計算問題→→→座席順に指名する。  
(あらかじめ問われる内容が予想でき、個々の正答率が上がる。自信につながることを期待している)
- ③基礎的な問題(教科書たしかめ問題)→→→生徒一人一人が、直接ノートを先生に見せに来て、サインをもらう。  
(全員が解き方を理解するためにおこなう:つまずきの原因が把握できる)
- ④標準的な問題、宿題の答え合わせ→→→挙手により選出し、黒板で解答する。  
(いろいろな考え方を共有し、それぞれの良さを発見する)

生徒の実態で述べたが、この手法の影響もあって、数学が分かるようになり、数学が好きと回答している割合が増えていると考えている。

まとめの段階では、本時の振り返り、次回の予告、実生活とのつながりを持たせた雑学的な話などをおこなっている。これにより、数学の授業は楽しい、楽しかった、今日の内容はよく分かったという気持ちをもたせて終わりにすることを目標としている。

図形に関しては、時間がある限り、問題文を読み取って自分で図をかかせるようにしている。(教科書の図は、条件を満たす中でも理想型に近い形であることが多く、極端な場合や特別を考えるには不向きである。)自分で書くことによって、仮定がはっきりとし、証明をするときに何を根拠するべきかがよりはっきりと分かることになる。今回扱うピックの定理は、この点においても容易に作業できる内容であり、図形に興味を持たせるのに適した内容である。

### 《ピックの定理の扱いについて》

ピックの定理(詳しくは資料参照)は、特別な条件の下で、多角形の面積を求めるのに有効な定理である。ここで扱う多角形の面積は、必ず同じ面積を持ついくつかの三角形の和(正方形も可)として求めることができる。また、この考え方そのものは、この条件に当てはまらない多角形でも有効であり、およその面積を求める考えの1つでもある。

この定理の最大の魅力は、多角形の面積が通過点の数と内部にある点の数の関数ということである。義務教育の教育課程では、多角形の面積は三角形や特別な四角形の面積を求めることで終わる。面積を求めるには、底辺や1辺の長さ、高さを知る必要があるということが多くの生徒の認識である。しかし、この定理では長さを知ることなく、しかも、その多角形そのものを見ることなく、すべての多角形の面積を求めることができることに驚きや不思議さを感じるができる。

授業では、この驚きや不思議さを導入として扱い、数学の興味・関心を高めることをねらいとしている。そして、相似な図形に着目したときに、いままで、実際に求めることをしなかった五角形以上の多角形の面積を求めることで、相似比と面積比の関係について理解を深めていきたい。

## 5 研究主題との関わり

### 【学校研修主題】

### 『学ぶ意欲を高める指導方法の研究』

『数学が好きになる授業展開の工夫』（個人の研究テーマとして）

・・・魅力ある導入問題の開発と学習過程を重視する授業を通して・・・

### 【研修主題設定の理由】

中学数学においては、正解が一つであることが大半である。しかし、その正解を導く方法は多種多様である。数学を学習するにあたって、正解を導く方法を学ぶことこそが重要であり、結果を覚えることはさほど意味がないと考える。それ故に、授業において集団で学ぶことよきや多種多様な考え方を理解し合うことを最大限生かすことが、数学に興味関心をもたせるきっかけとなる。そして、日々の授業において、①問題が解けたという喜び（成功体験）を繰り返すこと ②自分の考えが他者に認められること ③他者の考えを理解し、自分の考えとの違い、よさ等の発見をすること を意識して授業を展開し、数学の不思議さ、面白さ、納得感を十分に味わわせることができれば、日常生活においても物事を数学的に考えることや論理的に説明することができるようになり、学習意欲の向上や学力向上に繋がると考えた。

### 【数学のよさについて】

#### I 数学的な考え方のよさ

★数学的な考え方は数学における典型的な思考の仕方を示しており、それらを身につけることそのものが重要である。特に、授業で身につけさせたい考え方は、①帰納的な考え方 ②類推的な考え方 ③演繹的な考え方 ④統合的な考え方 ⑤発展的な考え方である。

これらの考え方を身につけることで、数学の問題解決において次のことが期待できる。

- ・個々の関係が見えてくること（関数、法則、公式の成り立ち等）
- ・見通しがもちやすくなること（答えの予想、解決方法、他の単元とのつながり等）
- ・思考・労力が節約できること（計算の工夫・公式の活用等）
- ・一見複雑なことでも、単純にわかりやすくすること  
（特に図形分野における一般化、単純化、特殊化等）

#### II 数学そのもののよさ

##### ①おもしろさ

- ・以前学習したことと同じようにできること
- ・学習したことが使えること
- ・誰が考えても同じ結論を導くことができること

## ②見事さ

- ・筋道を立てて説明すると、誰をも納得させることができること
- ・数学的な表現・表記を使うと簡潔に分かりやすく表現できること

## ③不思議さ

- ・いろいろな考え方ができるが、どの考えでも1つの結論にたどり着くこと

### Ⅲ 数学を学ぶよさ (できるかぎり授業に取り入れるべき活動)

- ①実生活や実社会の考察に算数・数学を生かす活動
- ②ものごとを筋道立てて論理的に考え、判断する活動
- ③自分の考えや判断を評価し改善する活動
- ④自分の考えを数学的に表現したり解釈したりする活動

★数学のよさを伝えることが、数学教師の使命である。日々の教材研究で上記のことを念頭に、授業で取り扱う問題の開発をおこないたいと考えている。

### 【数学を好きになる授業展開例】

#### I 予想を取り入れた授業

考えた予想が本当に合っているかどうかを確かめるという意欲が生じる。また、問題によっては、多くの生徒が予想する答え(数値)とは、かけ離れた数値が答えになるものもある。このような場合は、答えに対しての驚きや感動を味わわせることができ、数学の解答方法の素晴らしさを伝えることが可能である。

#### II 比較を取り入れた授業

問題の中に、条件が似たような事象を2つ以上提示することで、その結果に興味を示し、「なぜだろうか?」という疑問を持たせることができる。このことで、生徒の意欲を喚起させることが可能である。また、問題の内容をより深く、わかりやすくする効果がある。例えば、一次関数を学ぶときに比例と比較するのはこれにあたり、共通点や相違点に着目することで、両方の特徴をよりよく理解させることが可能である。

#### III 考え方のよさを重視した授業

自分が考えた方法とは違う方法を知ること、数学の面白さ、不思議さを味わわせることができる。また、他者の考え方を理解しようとする態度を育成すること、自分の考えをよりわかりやすく他者に伝えようとする態度を育成することは、授業を展開するにあたって最も重要なことでもある。そして、このことが「基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着」につながるものであると考えられる。

#### IV 納得感が得られる授業

毎回提示される問題が、最終的に納得されなければ数学が好きになることは難しい。問題解決ができたという実感、自分が気がつかなかったことが納得できたとき、数学に興味・関心を持ち数学が好きになっていくものと考えられる。

## V 学んだことが活用できる授業

数学で学んだ知識や考え方が他の問題で生かすことができたり、実生活の場で発見、応用ができたとき、生徒は、より数学に興味・関心を示すものと考えられる。また、活用できてこそ「基礎的・基本的な知識・技能の確実な定着」であり、そのことが一層数学を好きにさせていくものである。

★I～Vをできる限り授業に取り入れることで、数学好きな生徒を増やし、学習意欲向上から、学力向上を目指したいと考える。

**【参考資料】**

ピックの定理について

下の図のように、縦、横が等間隔に並んだ点を線分で結んでできた多角形の面積を求める公式である。

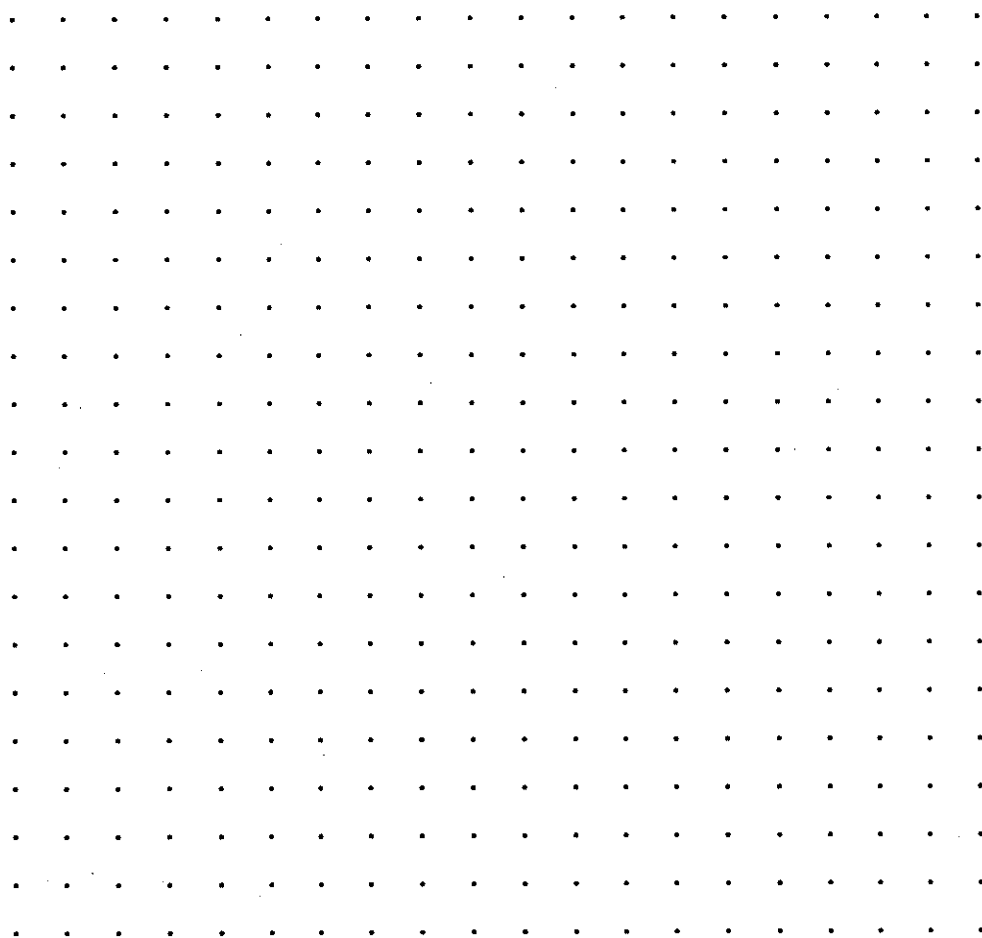
通過する点の個数を A      内部にある点の個数を B とするとき、  
多角形の面積 S は、次の式で表される。

$$S = \frac{1}{2}A + B - 1$$

(注) 線分が交差してはいけない、枝分かれない      下記①のような図形は不可

★点と点の間隔を 1 cm とします。

★②の四角形を基本の正方形とし、面積を 1 cm<sup>2</sup> とする。



例：上の多角形は、A=      B=      であるので、面積は      となる。



指導計画・評価計画 (相似な図形)

指導目標 【単元名 (時数)】	指導内容	観点別	評価規準	A 状況例	C の手立て
<b>【相似な図形 (12)】</b> ★図形の相似の意味を理解する。(1) ★相似な図形の性質と図形の拡大・縮小について理解する。(2) ★相似比を用いて相似な図形の線分の長さを考察することができる。(2) ★三角形の相似条件を用いて図形の性質を論理的に確かめることができる。(7)	<ul style="list-style-type: none"> <li>相似の意味</li> <li>相似な図形の性質</li> <li>図形の拡大・縮小</li> <li>相似比</li> <li>相似比を用いて相似な図形の線分の長さを求めること</li> <li>☆基礎計算テスト⑬ (比例式の計算)</li> <li>・三角形の相似条件</li> <li>☆基礎計算テスト⑭ (三角形の相似条件)</li> <li>・三角形の相似条件を使って図形の性質を証明すること</li> <li>・縮図からもとの高さや距離などを求めること</li> </ul>	数学への関心・意欲・態度	・三角形の相似を利用して距離や高さを調べようとする。	・三角形の相似条件を使って図形の性質を証明しようとする。	・合同条件との違いを気づかせる。
		数学的な見方や考え方	・相似条件を適切に使って、図形の性質を調べて論証することができる。	・やや複雑な場合でも、解決への見通しをもって相似条件を適切に使い、図形の性質を調べて論証することができる。	・わかっている条件からどの相似条件を使うことができるかを気づかせる。
		数学的な技能	・相似な図形に対応する辺の長さや角の大きさを求めることができる。	・直接求められない高さや距離を相似を利用して求めることができる。	・どの相似条件を用いて相似な三角形を見つけたかを気づかせる。
		知識・理解	・三角形の相似条件を理解している。	・縮図から実際の長さを求めることができる。	・わかっている条件から、相似条件を対応させてみる。
<b>【平行線と比 (12)】</b> ★直線を3, 4等分する方法から、相似な図形を見いだす。(1) ★三角形の比についての定理を理解する。(3) ★中点連結定理を理解する。(1) ★中点連結定理を利用し、図形を調べる。(2) ★平行線と比の性質がわかる。(2) ★平行線と比の性質や相似条件などを用いて、図形の性質を考察することができる。(3)	<ul style="list-style-type: none"> <li>直線を三等分するのに、相似の考えが利用できること</li> <li>・三角形と比の定理</li> <li>・定理を利用して相似な図形を見つけ、辺の長さを求める。</li> <li>・中点連結定理</li> <li>・中点連結定理の利用</li> <li>・平行線と比の定理</li> <li>・性質を利用して相似な図形を見つけ、線分の長さを求める。</li> <li>・線分を3等分する方法</li> <li>・A : Bに分ける方法</li> <li>・証明問題</li> </ul>	数学への関心・意欲・態度	・三角形と比の性質を使っていろいろな線分の長さを求めようとする。	・平行線と線分の比についての性質を図形の性質の考察に活用しようとする。	・比の性質の利用の仕方を知らせる。
		数学的な見方や考え方	・相似な図形の性質、三角形の相似条件からとらえることができ、ある程度の応用ができる。	・相似な図形の性質、三角形の相似条件からとらえられ、すぐ活用したり、発展した図形の性質の論証に応用できる。	・三角形の相似条件との関係を気づかせる。
		数学的な技能	・三角形の比と平行線と比の性質を使って簡単な線分の長さを求めることができる。	・三角形の比や平行線と比の性質を使っていろいろな線分の長さや比を求めることができる。	・三角形の比の関係から、線分の長さや比を求めることを知らせる。
		知識・理解	・三角形の比の性質、中点連結定理、平行線の比の性質を理解している。	・3つの関連性が理解できる。	・3つの性質は相似条件を利用してことに気づかせる。

指導目標 【单元名 (時数)】	指導内容	観点別	評価規準	A 状況例	C の手立て
<b>【相似な図形の面積と体積 (8)】</b> ★相似比と面積比の関係について図形のしきつめなどを利用して考察する。(1) ★相似な平面図形の、相似比と面積比の関係を理解する。 (1 本時) ★平面図形の周や面積を、相似比を利用して考察することができる。(2)  ★立体の相似の意味を理解する。(1) ★相似な立体の相似比と表面積比、体積比の関係を理解する。(1) ★立体の表面積や体積を、相似比を利用して考察することができる。(2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>相似な平面図形の相似比と面積比の関係とそれを利用して面積を求めること</li> <li>相似な立体の相似比と表面積の比、体積比の関係と、それを利用して表面積や体積をもとめること</li> </ul>	数学への関心・意欲・態度	・相似な図形について、相似比と面積比・体積比の関係について調べようとする。	・立体の相似を平面図形の相似を関連づけて考えようとする。	・具体的な相似な図形の面積・体積を求めてみる。
		数学的な見方や考え方	・相似比と面積比・体積比の関係について図形のしきつめなどを利用して考察できる。	・立体の相似について、平面図形と関連づけて考察することができる。	・相似な図形の面積・体積を求め、比を比べてみる。
		数学的な技能	・相似比と面積比・体積比の関係を利用して、相似な図形の面積や体積を求めることができる。	・複雑な図形の面積や体積を相似比を利用して求めることができる。	・相似比の関係から面積・体積を求めることができることを知らせる。
		知識・理解	・立体の相似の意味を理解している。 ・相似比と面積比・体積比の関係を理解している。	・具体的な事象の中には相似の考えを利用できる場面が多くあることがわかる。	・相似比と面積比・体積比には関係があることに気づかせる。

## 7 本時の授業

### (1) 本時のねらい

- ①多角形の面積を正方形や三角形の和として捉えることができる。【数学的な見方や考え方】
- ②相似な図形の相似比と面積比の関係が理解できる。【知識・理解】
- ③ピックの定理を用いて、多角形の面積を求めようとする。【関心・意欲・態度】

### (2) 本時の展開 【期待される数学のよさ (I : ①) のように表記 発表方法①②③④: 指導について参照 ⑤評価 ◇支援】

時間	学 習 活 動	指導上の留意点: 評価と手立て等
導入 5分	<p>★本日の目標として、多角形の面積を求められるようになることを告げる。</p> <p>★ピックの定理説明器 (仮称) を用いて、考える五角形を提示する。 (発問) 五角形②は、五角形①の何倍と予想しますか (発問) どのように面積を求めますか?</p> <p>★生徒にプリントを配付する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・発表方法②</li> <li>・発表方法④</li> </ul>
展開 問題① 5分	<p>問題1 【生徒配付資料より】 上の2つの五角形の面積を求めなさい。 ただし、点と点の間隔を1 cmとする。(II : ②) (III : ②)</p> <p>★五角形①と五角形②の面積を求める。</p>	<p>【制限時間5分】</p> <p>◇基本となる正方形の面積を1としたときの大きさとして求めさせる。(公式がなくても求められることに興味を持たせること)</p> <p>◇五角形を正方形と三角形に分解させて考えさせる。</p> <p>⑤多角形の面積を正方形や三角形の和として捉えることができる。【数学的な見方や考え方】</p>
解答① 5分	<p>【解答および考え方の例】</p> <p>五角形①の面積: <math>10 \text{ cm}^2</math>   ・( ) の数に面積を示す ☆正方形 (1) <math>\times</math> 6 + 三角形 (1) + 三角形 (1.5) <math>\times</math> 2</p> <p>☆1辺4cmの正方形の面積から、直角三角形4つ分の面積をひく 正方形 (16) <math>-</math> { 三角形 (1) <math>\times</math> 2 + 三角形 (2) <math>\times</math> 2 }</p> <p>五角形②の面積: <math>40 \text{ cm}^2</math> ☆正方形 (1) <math>\times</math> 30 + 三角形 (1) <math>\times</math> 3 + 三角形 (1.5) <math>\times</math> 2 + 三角形 (2) <math>\times</math> 2</p> <p>☆1辺8cmの正方形の面積から、直角三角形4つ分の面積をひく 正方形 (64) <math>-</math> { 三角形 (4) <math>\times</math> 2 + 三角形 (8) <math>\times</math> 2 }</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・発表方法④ (代表者2名より)</li> </ul>
問題② 5分	<p>問題2 【生徒配付資料より】 適当な多角形を作り、その面積を求めなさい。(I : ②) (II : ①)</p> <p>★各自が適当な多角形を作り、その面積を求める。</p>	<p>【制限時間5分】</p> <p>◇必要に応じて多角形を作るにあたっての注意事項を説明する。 (線分が交差しないこと、点と点をつなぐこと、1つの点から枝分かれしないこと等)</p> <p>◇机間指導でそれぞれの状況を把握する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・発表方法④</li> </ul>
まとめ 2分	<p>★ピックの定理説明器 (仮称) を用いて、適当な多角形を作り生徒全員で面積を求める。(求め方の再確認)</p>	<p>⑤多角形の面積を正方形や三角形の和として捉えることができる。【数学的な見方や考え方】</p>
問題③ 5分	<p>問題3 【生徒配付資料より】 正方形①、正方形②の面積を求めなさい。また1辺の長さを求めなさい。(II : ①) (II : ③)</p> <p>★それぞれの正方形の面積を求める。 ★面積を基にして、1辺の長さを求める。</p> <p>【解答】</p> <p>正方形①   面積 <math>5 \text{ cm}^2</math>   1辺の長さ <math>\sqrt{5} \text{ cm}</math> 正方形②   面積 <math>10 \text{ cm}^2</math>   1辺の長さ <math>\sqrt{10} \text{ cm}</math></p>	<p>【制限時間5分】</p> <p>◇問題①②の考え方を生かして、面積を求めることができるようにする。</p> <p>◇必要に応じて、個別に平方根の性質を再確認させる。</p> <p>◇時間に余裕のある生徒は、問題④に取り組ませる。</p>

時間	学 習 活 動	指導上の留意点 : 評価と手立て等
考察① 3分	<p>(発問) 正方形②の面積は正方形①の面積の何倍ですか? (発問) 正方形②の1辺の長さは正方形①の1辺の長さの何倍ですか? (振り返り) ★五角形①と五角形②も同様に考える。 (確認発問) 辺の長さが<math>\sqrt{2}</math>倍や2倍になったとき、面積はそれぞれ何倍になりますか?</p>	<p>・全員で一斉に答えさせる。 ・全員で一斉に答えさせる。 ◇2倍と答える生徒もいると考えられるので、その場合は、簡単な平方根の計算で確認する。 (<math>\sqrt{10} \div \sqrt{5} = \sqrt{2}</math>) ・発表方法④</p>
まとめ 2分	<p>『相似な図形の相似比と面積比の関係』 相似な図形の相似比が<math>m : n</math>であるとき、 その面積比は<math>m^2 : n^2</math>となる。 ★重要性質をプリントにまとめる。</p>	<p>◎相似な図形の相似比と面積比の関係が理解できる。【知識・理解】</p>
考察② 10分	<p>★問題2で、作った多角形で、通過した点の数をA、内部にある点をBとすると、A、Bの値を求めなさい。  ※生徒を指名し、A、Bそれぞれの値を聞き出し、面積を言い当てる。</p>	<p>◇ピックの定理説明器 (仮称) を用いて、点の数え方を確認する。  ◇驚きや不思議さから、どうして図形を見なくても面積が言い当てられたのかに興味・関心をもたせる。</p>
	<p>特別問題 次の式の□のなかにAまたはBを、○のなかに数を入れ面積を求める式を導きなさい。</p> <p style="text-align: center;"><b>面積 <math>S = \bigcirc \times \square + \square - 1</math></b></p> <p>★試行錯誤を繰り返し、面積を求める式を発見する。</p> <p>【解答】</p> $S = \frac{1}{2} A + B - 1$	<p>◇本日扱った、五角形①②、正方形①②についてもA、Bの数を数えさせ、式を完成させるためのヒントを増やす。  ・発表方法③ ※証明は省略し、成り立つかどうかを具体的な多角形で確認をする。 ◎ピックの定理を用いて、多角形の面積を求めようとする。 【関心・意欲・態度】 ・発表方法①</p>
練習 5分	<p>★ピックの定理説明器 (仮称) を用いて、新たな多角形を作り、ピックの定理を用いて、面積を求める。 ※難易度を上げる。 ※問題2で扱った誰かの多角形をピックの定理説明器 (仮称) を用いて再現し、問題として提示する。(I : ③)</p>	
振り返り 3分	<p>★手作りパズルを使用し、相似比が2倍になると、面積比が4倍になることを全員で確認する。</p>	<p>◇4つ (実際は6つ) のピースを型こはめ込んで、面積が4倍であることを確認させる。</p>

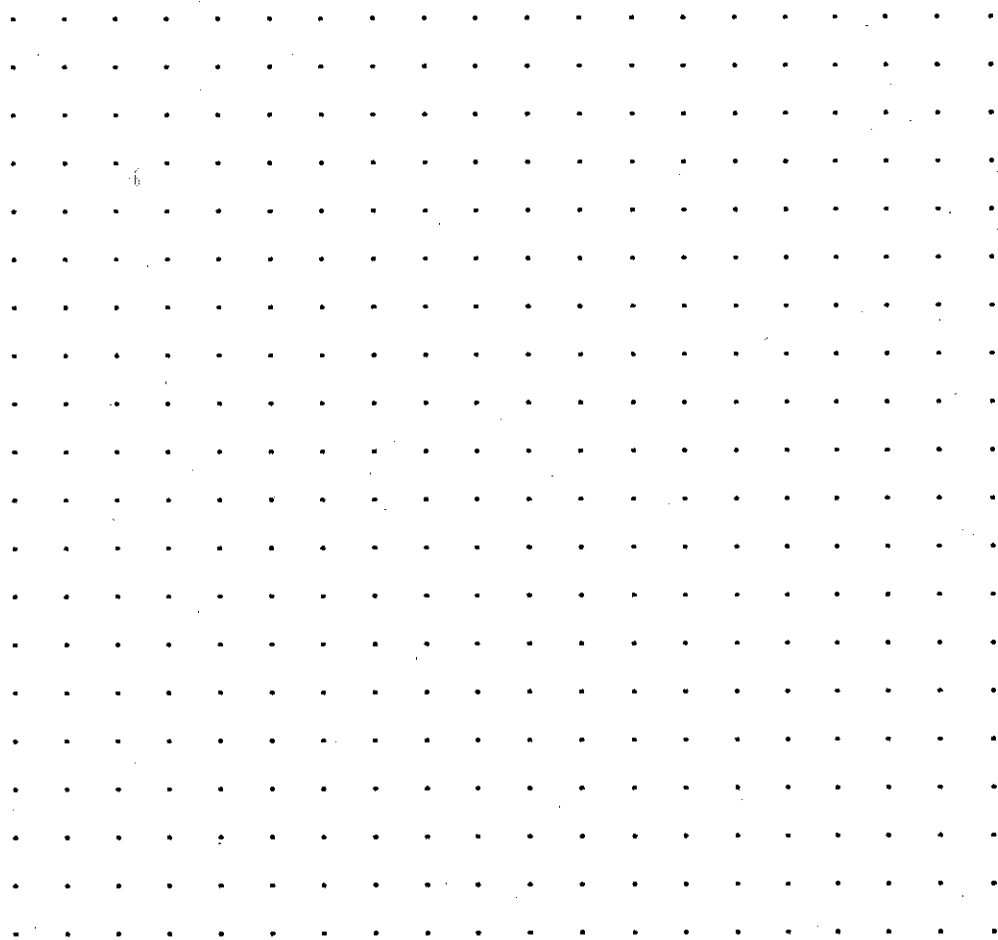
【手作りパズルの解答】

# 多角形の面積を考えよう！

平成27年11月26日

3年（ ）組 氏名（ ）

★点と点の間隔を1cmとします。

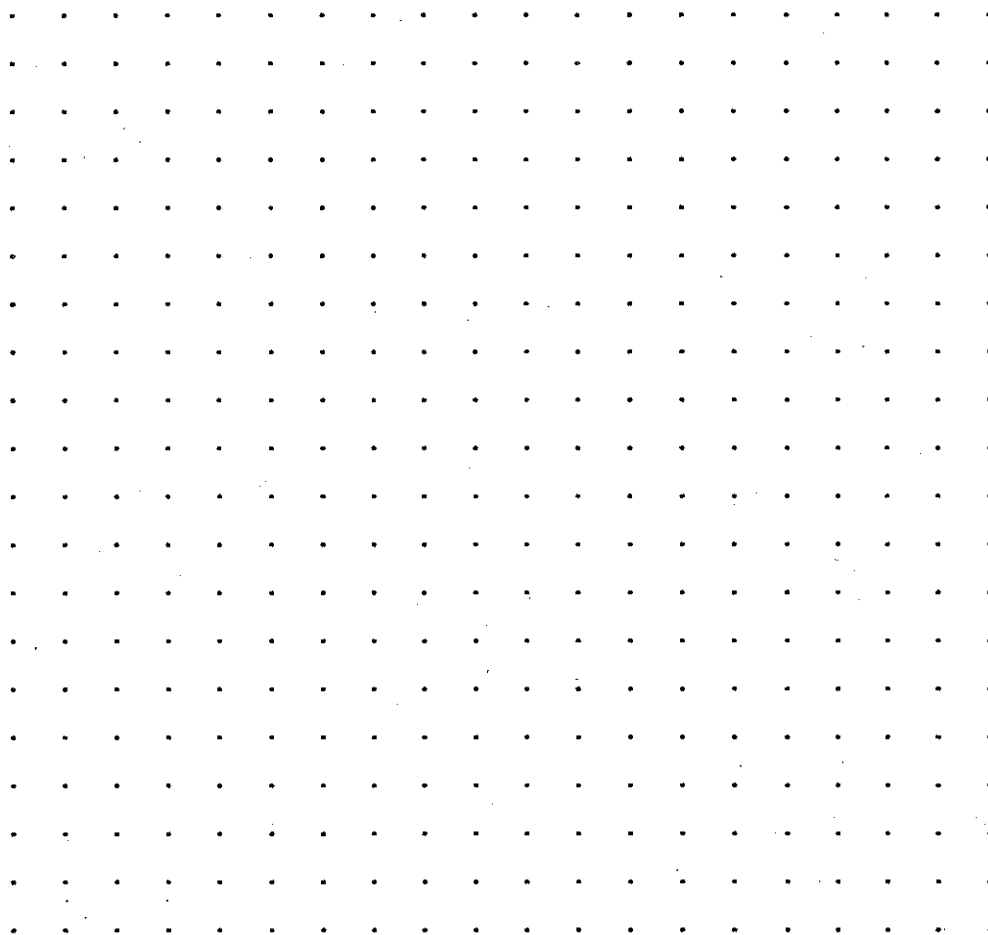


問1 上の図にある2つの五角形の面積を求めなさい。



### 【フリースペース】

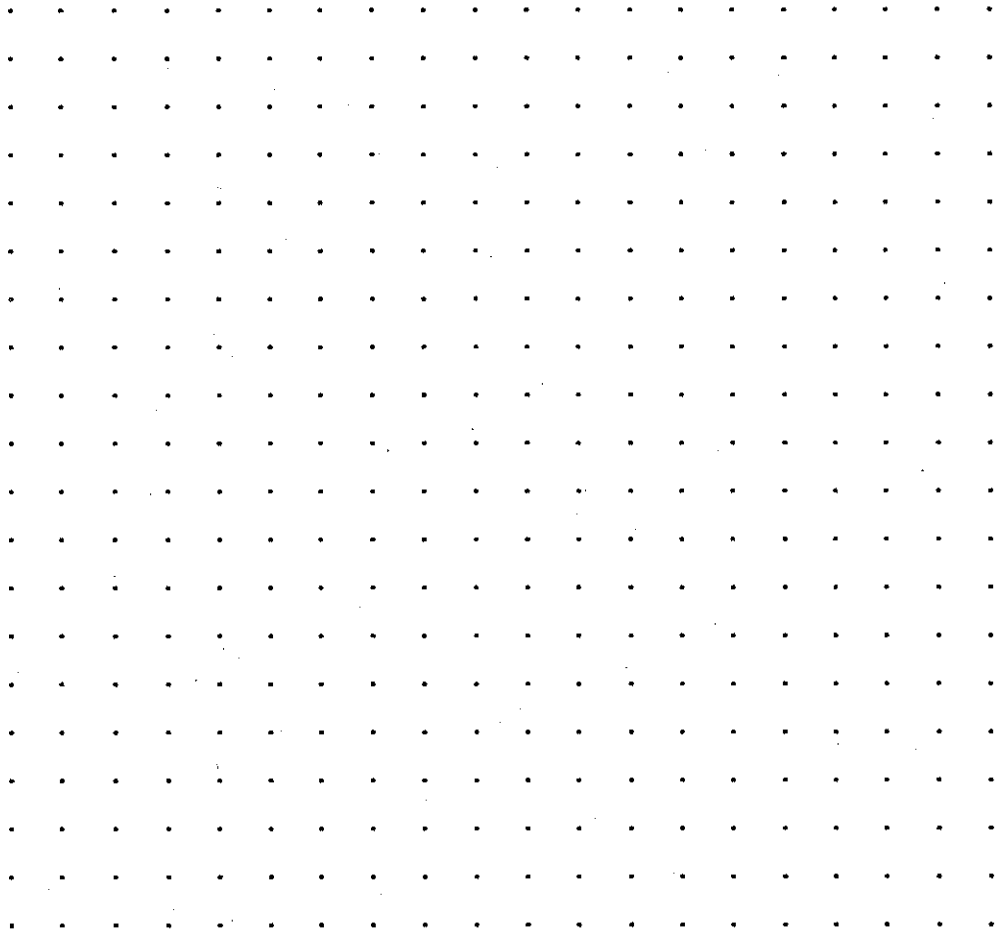
★点と点の間隔を1 cmとします。



問2 適当な多角形をつくり、その面積を求めなさい。

【正方形について】

★点と点の間隔を1 cmとします。



問3 上記の正方形①②の面積を求めなさい。また1辺の長さを求めなさい。

問4 面積が $13\text{ cm}^2$  となる正方形③を書きなさい。



【参考資料】

ピックの定理について

下の図のように、縦、横が等間隔に並んだ点を線分で結んでできた多角形の面積を求める公式である。

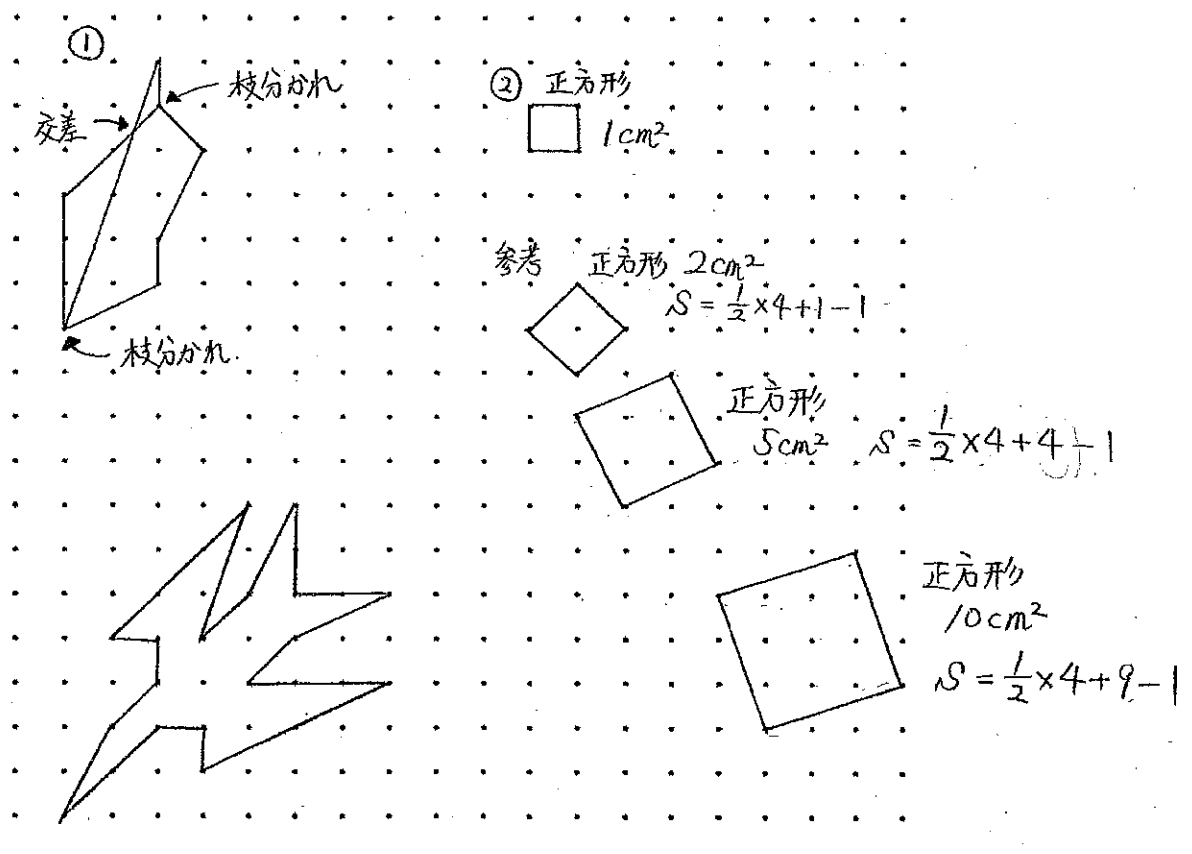
通過する点の個数を A 内部にある点の個数を B とするとき、  
多角形の面積 S は、次の式で表される。

$$S = \frac{1}{2}A + B - 1$$

(注) 線分が交差してはいけない、枝分かれしない 下記①のような図形は不可

★点と点の間隔を 1 cm とします。

★②の四角形を基本の正方形とし、面積を 1 cm<sup>2</sup> とする。



例：上の多角形は、A=25 B= 4 であるので、面積は15.5となる。

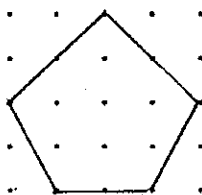
(イメージ：つばめ)

# 多角形の面積を考えよう！

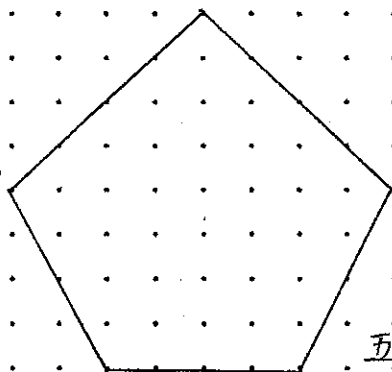
平成27年11月26日

3年( )組 氏名( )

★点と点の間隔を1cmとします。



五角形①

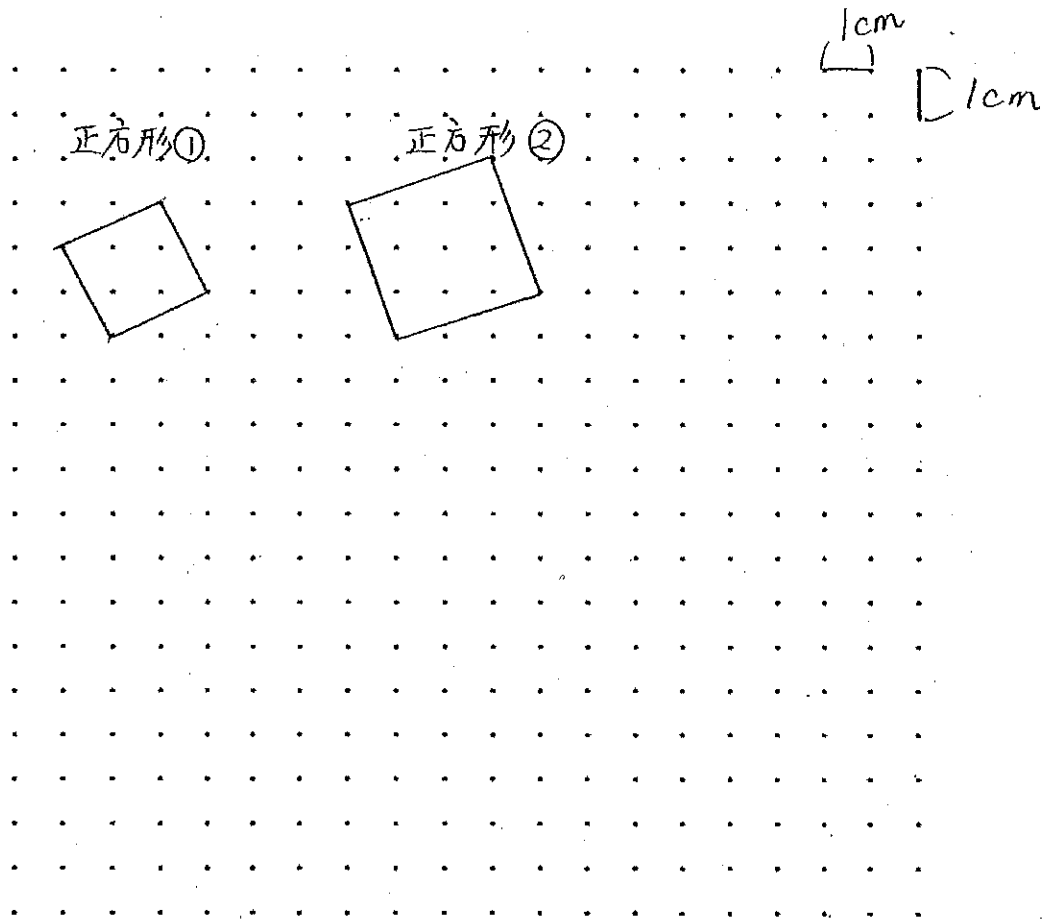


五角形②

問1 上の図にある2つの五角形の面積を求めなさい。

【正方形について】

★点と点の間隔を1 cmとします。

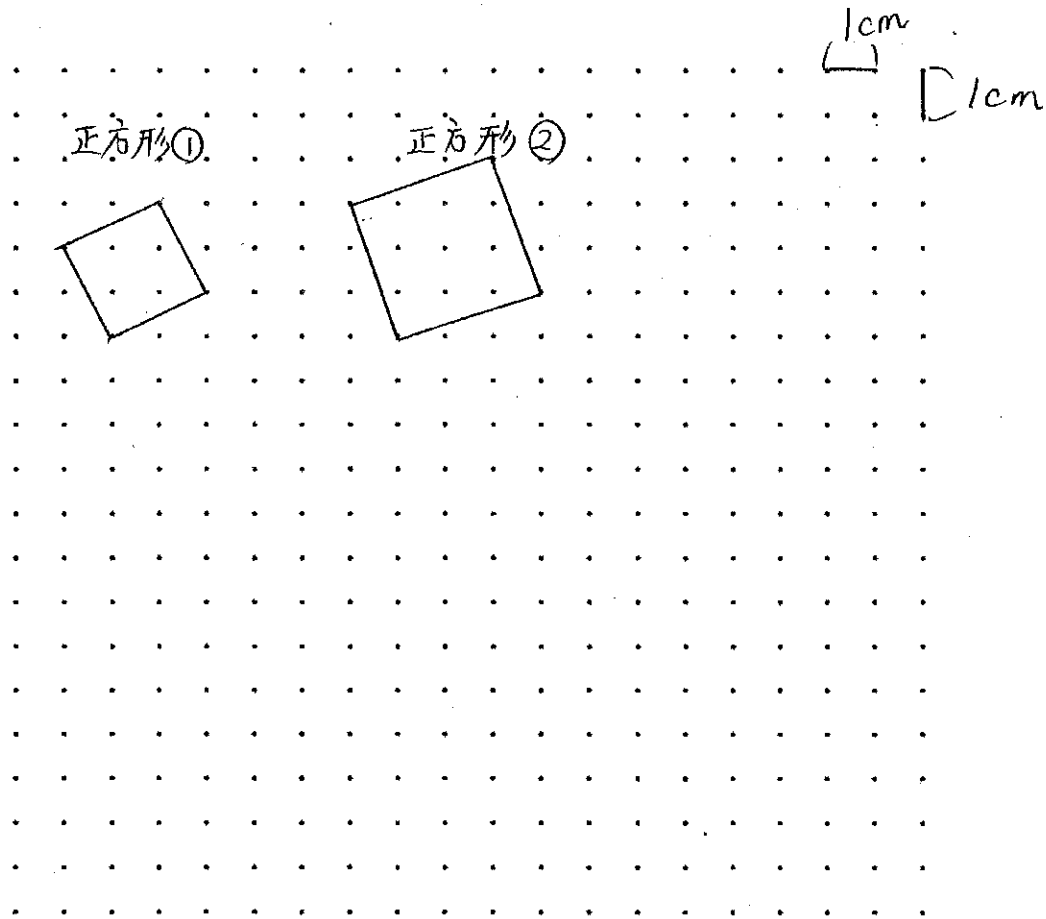


問3 上記の正方形①②の面積を求めなさい。また1辺の長さを求めなさい。

問4 面積が $13\text{ cm}^2$  となる正方形③を書きなさい。

【正方形について】

★点と点の間隔を1 cmとします。



問3 上記の正方形①②の面積を求めなさい。また1辺の長さを求めなさい。

問4 面積が $13\text{ cm}^2$  となる正方形③を書きなさい。

【期待される数学のよさ (I : ①) のように表記

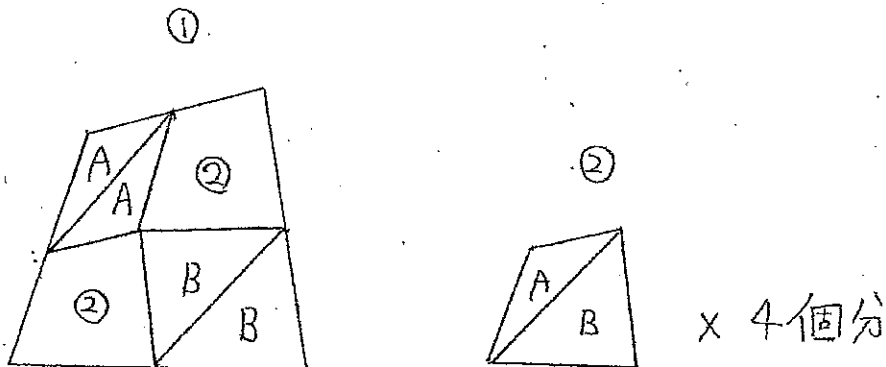
発表方法①②③④ : 指導について参照

◎評価

◇支援

時間	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点 : 評 価 と 手 立 て 等
まとめ 2分	<p>『相似な図形の相似比と面積比の関係』 相似な図形の相似比が <math>m : n</math> であるとき、 その面積比は <math>m^2 : n^2</math> となる。</p> <p>★重要性質をプリントにまとめる。</p>	◎相似な図形の相似比と面積比の関係が理解できる。【知識・理解】
考察② 10分	<p>★問題2で、作った多角形で、通過した点の数をA、内部にある点をBとすると、A、Bの値を求めなさい。</p> <p>※生徒を指名し、A、Bそれぞれの値を聞き出し、面積を言い当てる。</p> <p>特別問題 次の式の□のなかにAまたはBを、○のなかに数を入れ面積を求める式を導きなさい。</p> <p style="text-align: center;"><b>面積 <math>S = \bigcirc \times \square + \square - 1</math></b></p> <p>★試行錯誤を繰り返し、面積を求める式を発見する。</p> <p>【解答】</p> $S = \frac{1}{2} A + B - 1$	<p>◇ピクの定理説明器 (仮称) を用いて、点の教え方を確認する。</p> <p>◇驚きや不思議さから、どうして図形を見なくても面積が言い当てられたのかに興味・関心をもたせる。</p> <p>◇本日扱った、五角形①②、正方形①②についてもA、Bの数を教えさせ、式を完成させるためのヒントを増やす。</p>
練習 5分	<p>★ピクの定理説明器 (仮称) を用いて、新たな多角形を作り、ピクの定理を用いて、面積を求める。</p> <p>※難易度を上げる。</p> <p>※問題2で扱った誰かの多角形をピクの定理説明器 (仮称) を用いて再現し、問題として提示する。(I : ③)</p>	<p>・発表方法③ ※証明は省略し、成り立つかどうかを具体的な多角形で確認をする。</p> <p>◎ピクの定理を用いて、多角形の面積を求めようとする。 【関心・意欲・態度】 ・発表方法①</p>
振り返り 3分	<p>★手作りパズルを使用し、相似比が2倍になると、面積比が4倍になることを全員で確認する。</p>	◇4つ (実際は6つ) のピースを型にはめ込んで、面積が4倍であることを確認させる。

【手作りパズルの解答】



相似比 2 = 1

①に②を4個分  
敷きつめる。