第２学年　数学科学習指導案

令和元年１０月１５日（火）第５校時

１　単元名　　第２章　１次関数の利用　「飲み物はいつまで冷たく保てる？」

２　単元（題材）について

今回扱うのは、東京書籍「新しい数学２」に掲載されている「飲み物はいつまで冷たく保てる？」という問題をアレンジしたもので、時間による温度変化を１次関数とみなし、クーラーバッグで飲み物の温度が１０℃以下に保てる時間を予想する問題である。教科書で示されている数値は変化の割合がほぼ一定であり、「１次関数であるとみなしている」ことを意識させることが難しいと感じた。また、実際に予想が正しかったかどうかの確認もできない。そこで、実際にペットボトル４本を４℃（夏場のコンビニのペットボトルの温度）まで冷やし、クーラーバッグ（保冷剤なし）に入れて温度変化を計測するという実験を行い、タイムラプス撮影して動画を作ってみることにした。

この実験を行ったところ、はじめの１０分間は急激に温度が上がり、１０分後からはおよそ一定で変化していくというデータが得られた。生徒にとって、１次関数とみなす際に、はじめの１０分間をどう扱うかが、意見の分かれるところであると思われる。「変化が一定だから」、「グラフに表すと直線上に点が並ぶから」というように根拠をもって１次関数とみなし、問題を解決できるようにしたい。授業の最後に、動画を１０℃になるところまで流し予想が正しかったかどうか確かめる。

３　生徒の実態

（省略）

4　指導観

・主体的・対話的で深い学びを実現するための工夫

（１）復唱法

授業のキーとなる発言を、全体の場で、**<u>教員がオウム返しをせずに、</u>**
生徒同士にそのまま復唱させる。
生徒Ａの発言を、「じゃあＢ君、今Ａ君が言ったことをそのまま言ってみて」と振る。
もし復唱できなければ、生徒Ａにもう一度同じ発言をしてもらう。
生徒Ｂが復唱できたら、別の生徒Ｃに復唱させることもある。
生徒同士で復唱をしなければならないため、

①発言をきちんと聴いていなければ復唱できない⇒「聴く」姿勢が育つ。
②復唱してもらうためには、大きな声で発言しなければならない。
　⇒発言する声が大きくなる。
③長い説明だと復唱できないので、簡潔な説明にする必要がある。
　⇒数学的表現が育つ。
④何度も復唱されるので、全体で理解するチャンスが増える。

というメリットがある。
本時では、１次関数のグラフや式を利用して問題を解決する手立てを、全体で共有する際に使用する。

（２）スタンドアップ方式

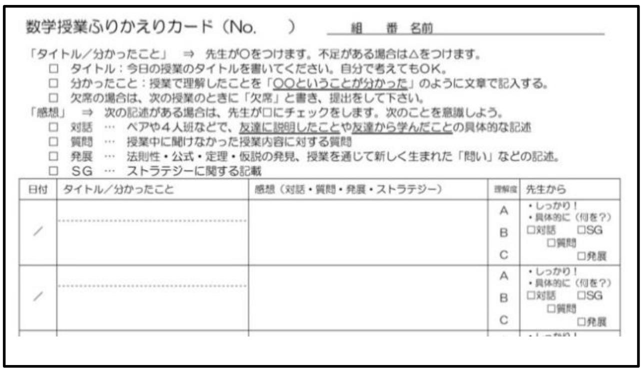
解き終わった生徒は席を立って、まだ解き終わっていない生徒のところに行って説明させる。

①説明される側は、教員の説明では理解できなかったことをもう一度学習できるチャンスが生まれる。
②説明する側は、説明するために自分の思考を整理する必要があるため、内容の定着が図れる。
③隣同士や４人班という場所の制約に縛られないので、気心の知れた友人同士で集まることができ、「どうして？」「もう一度説明して」と言いやすい環境を作ることができる。
④立っているかいないかで、解き終わった生徒と解き終わっていない生徒を把握できる。

スタンドアップを行っている時は、教員側は生徒と生徒をつなげることに徹することが多い。
本時では、１次関数の式を求める際にスタンドアップ方式を行う。
この実践は、「ペア，スタンドアップ方式，４人班でつくる！中学校数学科学び合い授業スタートブック　武藤 寿彰 (著)」を参考にしている。

（３）ふりかえりカード

　単に感想を書かせるのではなく、①対話、②質問、③思考を評価する仕組みにしている。
対話（友達に説明したこと、友達から学んだこと）を評価することで、授業中の対話活動をより活発にすることができる。
　なお、ふりかえりカードも、武藤　寿彰先生の実践を参考にしたものである。



数学授業ふりかえりカード（No.　　）　組　番　名前

「タイトル／分かったこと」　⇒　先生が○をつけます。不足がある場合は△をつけます。
□　タイトル：今日の授業のタイトルを書いてください。自分で考えてもOK。
□　分かったこと：授業で理解したことを「<u>○○ということが分かった</u>」のように文章で記入する。
□　欠席の場合は、次の授業のときに「欠席」と書き、提出をして下さい。
「感想」　⇒　次の記述がある場合は、先生が□にチェックをします。次のことを意識しよう。
□　対話　…　ペアや４人班などで、<u>友達に説明したこと</u>や<u>友達から学んだこと</u>の具体的な記述
□　質問　…　授業中に聞けなかった授業内容に対する質問
□　発展　…　法則性・公式・定理・仮説の発見、授業を通じて新しく生まれた「問い」などの記述。
□　SG　…　ストラテジーに関する記載

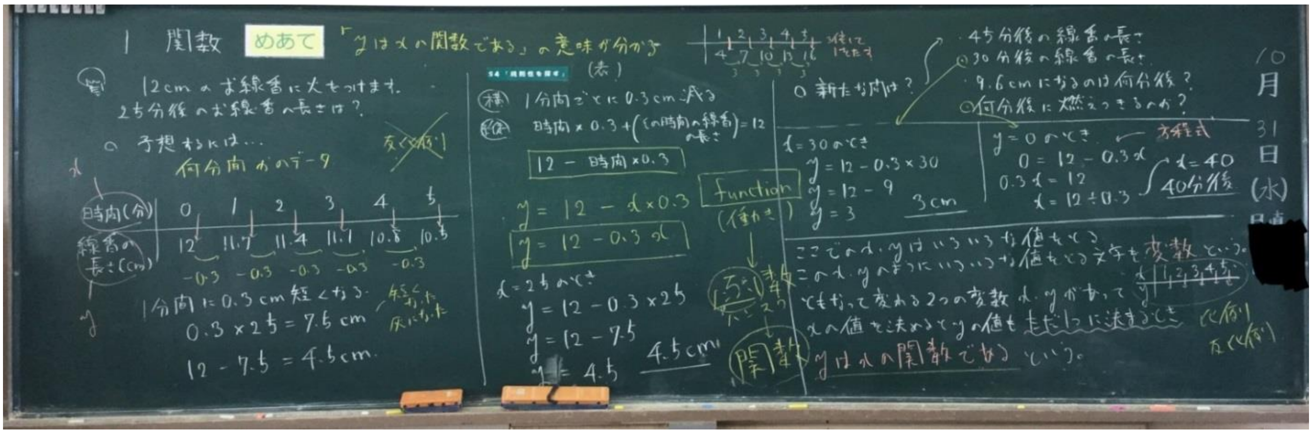
日付	タイトル／分かったこと	感想（対話・質問・発展・ストラテジー）	理解度	先生から
／			A B C	・しっかり！ ・具体的に（何を？） □対話　□SG □質問 □発展
／			A B C	・しっかり！ ・具体的に（何を？） □対話　□SG □質問 □発展

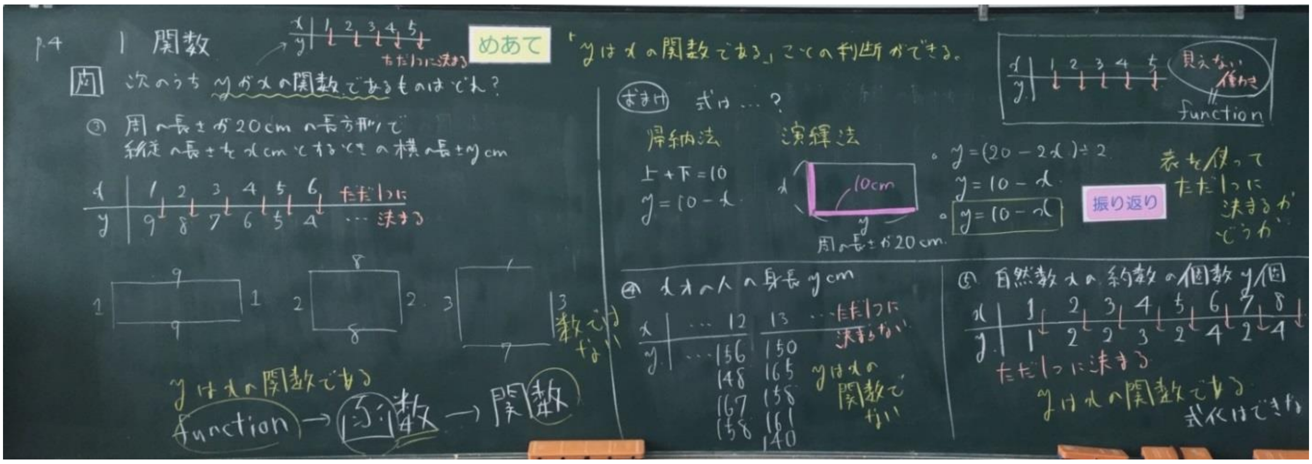
５　単元指導計画

（１）１年生での指導

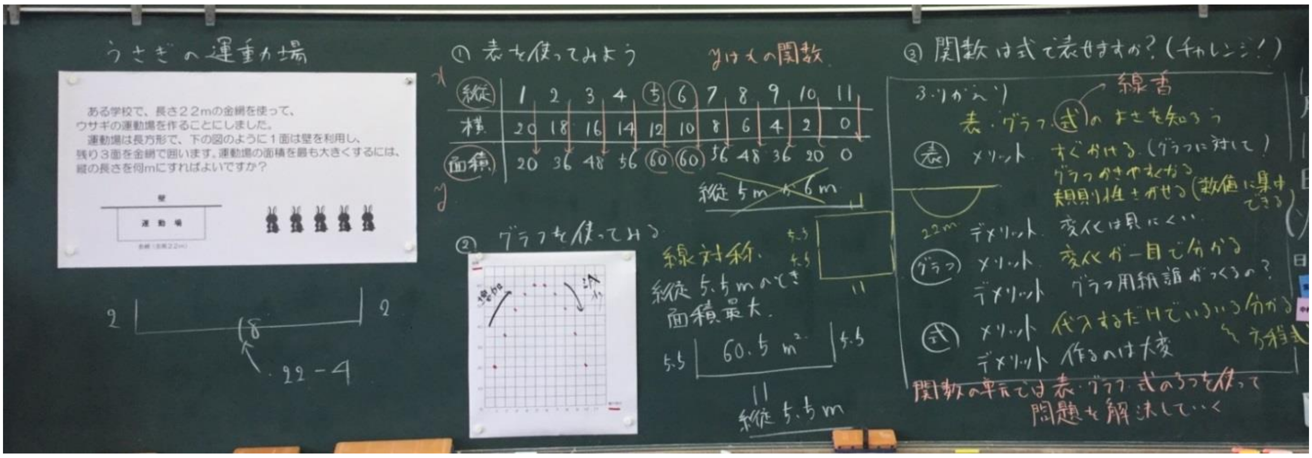
教科書には、「y は x の関数である」という言葉の定義はあるが、「関数」という言葉の定義は掲載されていない。そのため「関数とは何？」という質問に答えることができる生徒は少ない。概念自体も高度で、関数概念を獲得するのは生徒にとって非常に困難である。

１年生では比例・反比例を扱うが、そのため比例・反比例のみが関数であると勘違いしてしまうこともある。そのため、比例・反比例を中心に扱いつつ、比例・反比例以外の関数も積極的に扱うようにした。１年生の第１時では、関数や変数の定義、式で表すことのよさを伝えるために、「線香の燃焼実験（１次関数）」を扱った。（小学校の指導で比例＝増加、反比例＝減少と捉えてしまっている生徒も多いので、減少する事象を扱いたかったという理由もある）　第２時では、表を使って関数かどうかの判断をさせ、授業の最後に x と y の間にある「見えない働き（function）」が関数であると説明した。なお燃焼実験の動画は YouTube 上にアップしている。



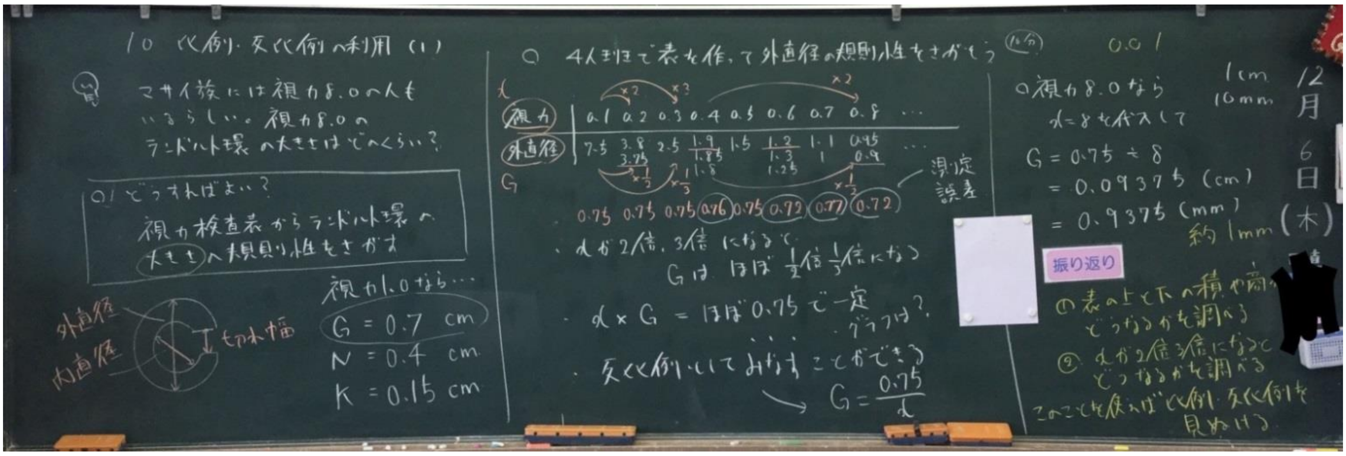


また、比例・反比例は変化が単純で、「変化が見える」というグラフのよさが伝わりにくい。そこで、座標の指導後、「うさぎの運動場（２次関数）」を題材に、グラフで表現することのよさを確認した。また、このタイミングで、表・グラフ・式のメリット・デメリットをまとめた。

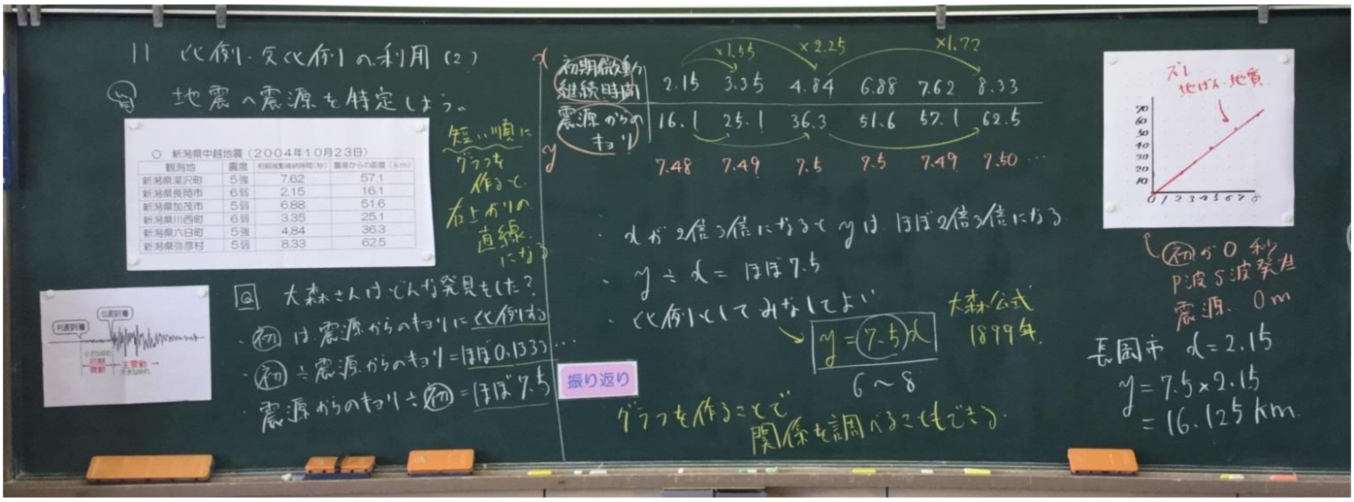


全国学力・学習状況調査の結果を見ても、関数領域の設問は正答率が低い。特に、関数的な見方・考え方を活用する問題の正答率の低さは全国的な課題であると言える。普段の数学の授業でも、現実的な事象の問題を「関数的な見方・考え方」を活用し、解決するような授業を心がけたい。その際、「なぜ関数（比例・反比例・１次関数・２次関数）とみなせたのか」、根拠を示しながら説明できるようにすることや、どのようにして問題を解決したのか、解決の手順を説明させることを大切にしたい。

＜ランドルト環（反比例）＞



＜大森公式による震源の特定（比例）＞



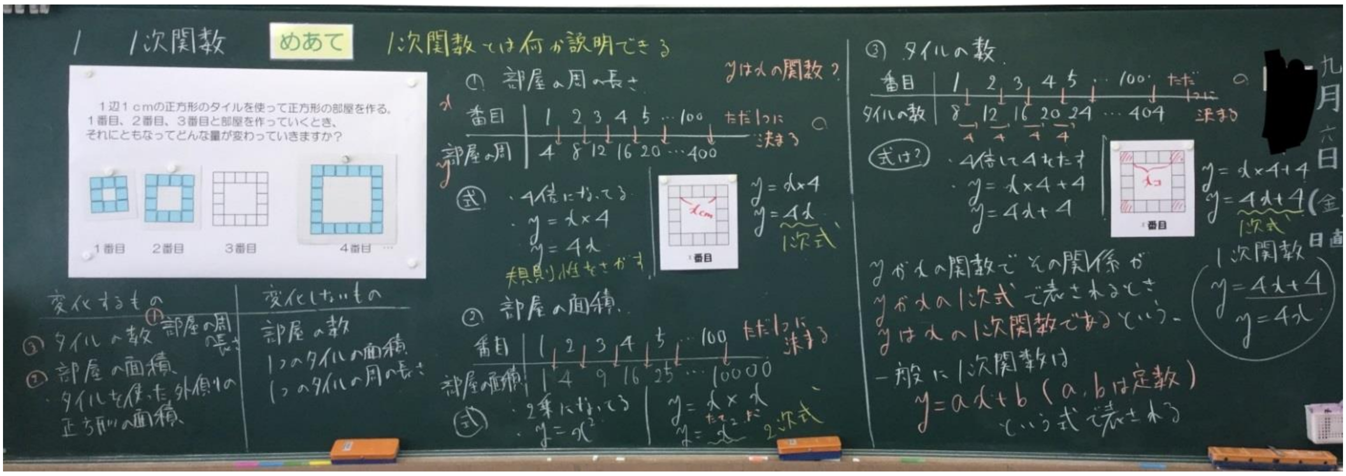
なお、この２つの実践は、「単元を貫く数学的活動でつくる中学校数学の新授業プラン　藤原大樹（著）」を参考にした。

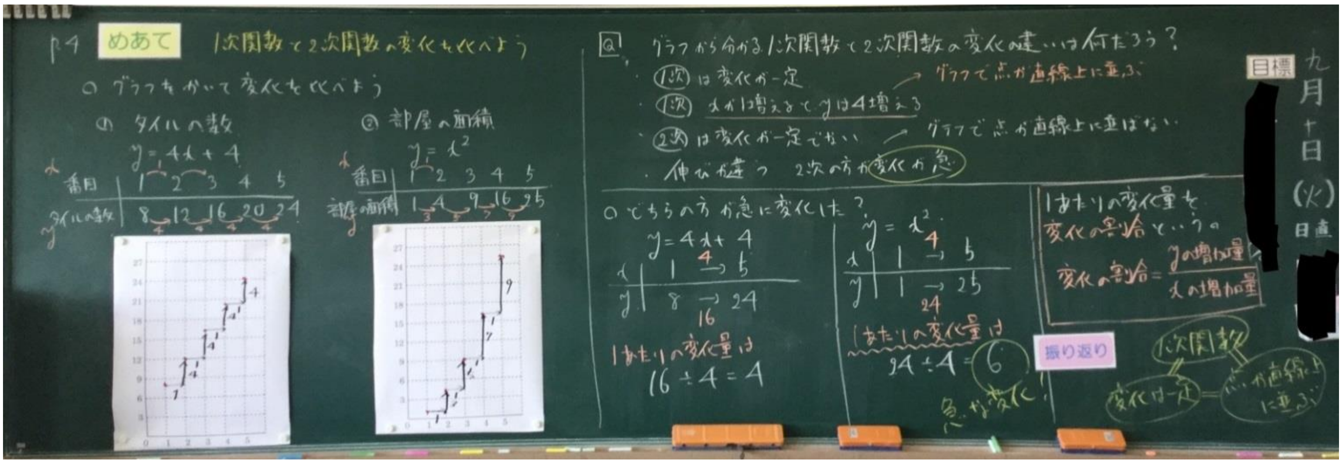
（２）２年生での指導

１年生で「１次式」という言葉は「１次の項だけか、１次の項と数の項の和で表すことができる式」と定義されているが、この定義は非常に分かりづらい。１次式を理解させるためには、２次式や３次式など「１次式**でないもの**」と比較をすることが大切であると考えている。そのため１次関数の定義も、同じ事象の中で、比例、１次関数、２次関数が出てくる「正方形タイルの問題」を扱い、他の関数と比較をしながら１次関数という言葉を定義した。

第２時では、「正方形タイルの問題」で出てきた１次関数と２次関数の変化をグラフにすることで比較した。本時で行う「１次関数であるとみなす活動」のことを意識し、「１次関数＝変化が一定＝グラフは直線」ということをここで確認した。また、あわせて「変化の割合」の定義を行った。

第３時では、１次関数であることを判断する問題を扱った。教科書では、式に表すことにより判断をしているが、これも「１次関数とみなす活動」のことを考え、式だけにこだわらず、表から変化の割合が一定であることを根拠に１次関数として判断させる指導を行った。





正方形タイルの問題は、横浜国立大学人間科学部付属横浜中学校個別研究【数学科】１次関数を学ぶ意義と「みなす活動についての一考察」（藤原大樹）を参考にした。
http://www.yokochu.ynu.ac.jp/ken/kojinkenkyuichijikansu.pdf

6　単元指導計画　３章「１次関数」　全１９時間

項	学習内容	時数	詳細
1	１次関数 ・正方形のタイルの問題 ・変化の割合	2	・正方形のタイルの問題から１次関数を定義する。 ・正方形のタイルの問題から見出した１次関数と２次関数の変化をグラフにより比較することで、１次関数の変化の特徴をつかむ。また１あたりの変化量である変化の割合を１次関数と２次関数を比較しながら定義する。
2	１次関数の性質 ・水そうの問題 ・変化の割合	2	・はじめから水が入っている水そうに一定の割合で水を入れる事象や、一定の割合から水を抜く事象を通して、１次関数の性質を見いだす。 ・１次関数であるかどうかの判断を、表や式によってできるようにする。 ・いろいろな関数における変化の割合を求める問題に取り組む。
3	１次関数のグラフ	3	・グラフをかくことを通じて、１次関数 $y=ax+b$ の a や b の持つ意味を考えさせる。
4	１次関数の式を求めること	3	・与えられた条件から１次関数の式を求めさせる。
5	１次関数の利用（１） ・**<u>クーラーバッグの問題</u>** ・富士山６合目の気温 （レポート）	1 <u>(本時)</u>	・１次関数とみなすことにより、問題を解決する。 ・１次関数とみなせる根拠を大切にする。 ・周囲の気温から富士山６合目の気温を推定させる。
6	２元１次方程式のグラフ	1	（省略）
7	連立方程式とグラフ	1	（省略）
8	１次関数の利用（２） ・どちらの冷蔵庫を買う？ ・どちらの車を買う？ （レポート） ・追いかける問題	2	・交点の座標を求めて解決する問題を扱う。
9	演習問題 ・動点Ｐの問題 ・正方形を重ねる問題 （レポート） ・座標幾何	4	・動点Ｐの問題を通して、変域により関数が変化する事象の捉え方を学ぶ。 ・高校での数学の学習に向け、面積を二等分する直線の式を求めるなどの座標幾何の問題を扱う。

7　本時の学習

（１）目標

・問題を、関数（比例・反比例・１次関数）とみなして解決することの有効性と限界を実感する。

（２）評価規準

・事象を１次関数とみなし、グラフや式を使って問題解決する方法を説明することができる。【数学的な見方や考え方】
・１次関数の式を求め、その式に代入することで問題を解決することができる。【技能】

（３）展開

<table>
<tr><th></th><th>学習の流れ</th><th>学習内容・活動</th><th>指導上の留意点・評価</th></tr>
<tr><td>導入（１０分）</td><td>≪問題提示≫</td><td>［プリント配布］
夏の暑い日（３０℃）に、飲み物をクーラーバッグに入れて運ぼうと思います。飲み物を冷たいと思う温度は１０℃以下と言われています。クーラーバッグに４℃のペットボトルを入れたとき、ペットボトルの温度が１０℃以下に保てる時間を予想してみよう。</td><td>○ペットボトルと保冷バッグを実際に見せ、関心を高めさせる。
○はじめから時間による温度変化の表は提示しない。どんなデータが必要か考えさせる。
○問題提示は時間短縮のため、拡大印刷をしておく。</td></tr>
<tr><td>展開①（１５分）</td><td>≪発問≫

≪発問≫
個人思考

≪発問≫

復唱法
≪指示≫

復唱法</td><td>＞どうしたら予想ができそうですか？
＞＞時間と温度の変化を観察したデータがあれば予想できそうです。
＞実際に実験したところ次のようになりました。
<table><tr><td>時間</td><td>0</td><td>10</td><td>20</td><td>30</td><td>40</td><td>50</td></tr><tr><td>温度</td><td>4</td><td>6.9</td><td>7.4</td><td>7.8</td><td>8.2</td><td>8.5</td></tr></table>＞x分後の飲み物の温度をy℃とするとき、xとyの間にはどのような関係があるだろうか？
・１次関数ではない。（変化の割合が一定でない）
・１次関数である。（$10 \leqq x \leqq 50$では変化の割合がほぼ一定）
＞他に判断する方法はないだろうか？
＞＞グラフに表してみればよい。
・$10 \leqq x \leqq 50$では、x、yの値を座標とする点が、ほぼ一直線上に並ぶ。
⇒１０分以降はほぼ１次関数とみなすことができる。

＞１０℃以下に保てる時間はどう予想すればよい？
（ア）グラフを伸ばせばよい
＞説明はそれだけで十分かな？
＞＞グラフを伸ばして、
$y=10$となるxの値を読み取ればよい。
＞今の発言をもう一回言ってみて下さい。
＞グラフから１０℃以下に保てる時間を読み取ってみよう。

（イ）１次関数の式を求めればよい
＞説明はそれだけで十分かな？
＞＞１次関数の式を求め、
$y=10$を代入し、xの値を求める。
＞今の発言をもう一回言ってみて下さい。</td><td>○YouTube にある実験の動画を提示し、
10、20、30、40、50 分後の温度変化を記録させる。

○変化の割合に注目すれば、表だけで式を利用した場合と同じ予想をすることができるが、「関数とみなして問題を解決する」ことがねらいなので、今回は触れない。

○復唱法により全体で確認をする。</td></tr>
</table>

展開②（１５分）	≪指示≫ スタンドアップ	１次関数の式を求めて１０℃以下に保てる時間を求めてみよう。解き終わった人は席を立って下さい。 $y=0.04x+6.5$ $10=0.04x+6.5$ $x=87.5$　８７分３０秒 （実験では８９分３０秒） 全体での計算の確認を行う。 動画により予想が正しかったのかどうか確認する。	○式を求める際は１０分のときと５０分のときのデータを使うように指示する。 ○電卓の使用を許可する。 ○スタンドアップ中は、教員は生徒と生徒をつなげる役割に徹する。
	≪発問≫	＞この式から他に分かることは何だろう？ ・５時間後の温度 ・２４時間後の温度 ・２０℃になる時間 ・３０℃になる時間	○式のよさは、代入するだけでいろいろな場合が分かることであることを確認する。 ○外気温が約３０℃であり、その温度を超えることはない。あくまでも１次関数と仮定した場合で予想した結果であることを確認する。
まとめ（１０分）	≪まとめ≫	本時の問題解決の過程をふりかえる。 表やグラフを観察し、関数（比例・反比例・１次関数）とみなすことで、問題を解決することができる。 ・ふりかえりカードを記入させる。 ・レポート「富士山６合目の気温の予想」を配布する。	○今回の課題で学習したことが「１次関数だけ」にならないように、１年生で学習した関数も関連付けて指導をする。 ◇ふりかえりカード【関・意・態】 ◇レポートの記載【見・考】

８　板書計画

８　１次関数の利用（１）

課題の拡大提示

○　どうしたら予想できる？

表

○時間と温度はどんな関係がある？
・１次関数ではない
・１次関数である
　他に判断する方法は？
　　⇒グラフに表す。
・グラフで１０～５０では、
　　一直線上に点が並ぶ

グラフ用紙

○１０℃以下に保てる時間はどう予想すればよい？
・グラフを伸ばす
・１次関数の式を求める

式による解決

他に分かること

まとめ

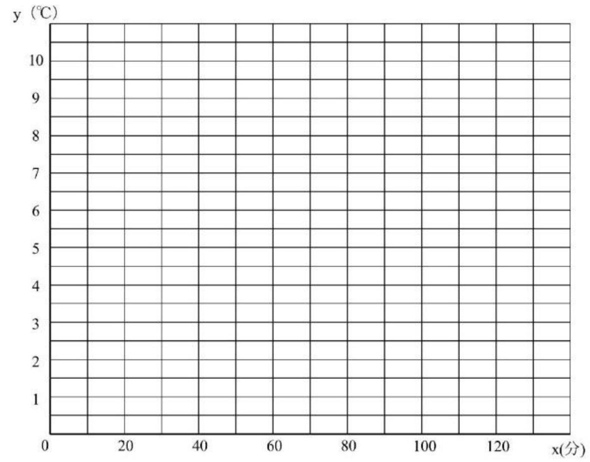
月　　日

8　1次関数の利用(1)

組　　番　名前

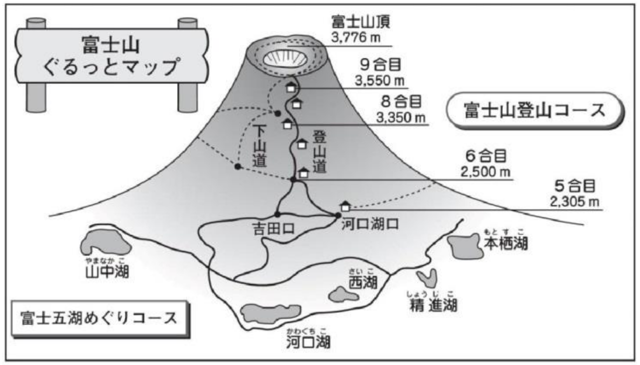
夏の暑い日（３０℃）に、
飲み物をクーラーバッグに入れて運ぼうと思います。
飲み物を冷たいと思う温度は１０℃以下と言われています。
クーラーバッグに４℃のペットボトルを入れたとき、
ペットボトルの温度が１０℃以下に保てる時間を予想してみよう。

○　どうしたら予想できる？



○　１０℃以下に保てる時間はどうやって予想すればよい？

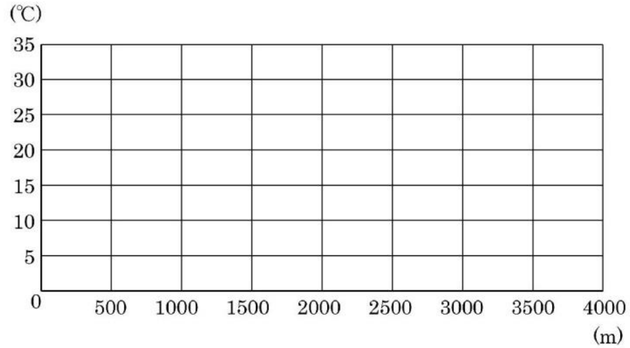
＜富士山６合目の気温＞　組　番　名前



井上先生は、８月に富士山の６合目まで登る計画を立てています。
しかし、山をなめてはいけません！服装は慎重に選ぶ必要があります。
そこで、先生は富士山６合目の気温について調べることにしました。
下の表は、富士山周辺と山頂の８月の平均気温をまとめたものです。
このデータを使って、富士山６合目のおよその平均気温を求めなさい。

観測所の標高と 2007 年 8 月の平均気温　（気象庁調べ）

観 測 所	標高（m）	平均気温（℃）	観 測 所	標高（m）	平均気温（℃）
A（甲　府）	273	27.7	D（河口湖）	860	23.3
B（勝　沼）	394	26.7	E（山　中）	992	21.7
C（古　関）	552	24.9	F（富士山）	3775	6.4



① この問題を解決するために、どの関数であるとみなして考えましたか？
（　比例　・　反比例　・　１次関数　）

② ①で答えた関数であるとみなすことができた根拠を書いてください。