

## 新幹線低周波空気振動の発生機構

— 加振力特性を考慮した梁モデルによる解析 —

白石 英孝

Generation Mechanism of the Low Frequency Sound radiated from the elevated Structures of the Shinkansen : Analysis of the Beam Model with the assumed disturbing Force caused by Train.

Hidetaka Shiraiishi

### Abstract

A numerical analysis has been applied to explain the behavior of the low frequency sound measured under the elevated structures of the Shinkansen. From the measurements, it appeared that there were two predominant components consisting of the infrasound with one-third octave band center frequencies 4-6.3Hz and the ordinary low frequency sound with one-third octave band center frequencies 40-63Hz ; further, it seemed that while the behavior of the infrasound varied with every change of the structures, the behavior of the ordinary low frequency sound was similar to each other with almost all the structures. Thus the frequency response spectra of a structure transformed into a simply supported beam have been calculated under an assumed model substituted for the disturbing force caused by train. the results show that the components of the infrasound depend on the fundamental frequencies concerned with the structures and the components of the ordinary low frequency sound depend on the frequencies concerned with the disturbing force. Moreover, it is found that the amplitude of frequency response spectra are reduced effectively by the increase of the stiffness of the structures. These results therefore can be applied to control the low frequency sound radiated from the elevated structures of the Shinkansen.

### 1 緒 言

新幹線沿線の騒音公害については、今日までに多くの調査研究が実施され、その実態はもとより要因分析・予測<sup>1) 2)</sup>、評価方法<sup>3)</sup>等の知見が集積されている。しかしながら騒音のうちでもとりわけ低い周波数領域すなわち低周波音領域については断片的な報告<sup>4) 5)</sup>がみられるにすぎず、その実態は必ずしも十分明らかにされていない。

このような状況のもとで筆者らは先に、新幹線高架構造物を構造別、支間長別に分類して低周波音の実態

調査を行い、各構造物直下できわめて高いレベル(80-90dB)の低周波音が発生していることを報告した<sup>6)</sup>。それと同時に低周波音の周波数特性を構造別に比較した場合、超低周波音に属する帯域(4-6.3Hz)では構造ごとに卓越成分の出現状況が大きく異なるのに対し通常の低周波音に属する帯域(40-63Hz)の成分は常に高いレベルを示し、周波数帯域による傾向の違いがあることを明らかにした。これは両者の発生原因の相違を示唆するものと推測されるが、効果的な低減対策を行うためには帯域別の発生原因をより明確にしてお

く必要があると考えられる。

そこで本稿では、特に桁式高架構造物を対象として列車、軌道、構造物等で構成される入出力系を簡単なモデルに置き換え、数値計算によって加振力が固有振動数の異なる構造物上を等速移動した場合の構造物の応答を調べた。その結果、低周波音の各帯域別の発生原因が明らかになるとともに、対策にあたっては構造物の剛性変更が効果的であることがわかったので報告する。

## 2 低周波音の発生状況

高架構造物直下で測定された低周波音の周波数特性に現れる特徴的な傾向を明らかにしておくために、以下にその実測例を示す。

Fig.1に構造物中央直下で測定された低周波音の構造別(RC桁、PC桁、PCボックス桁、ラーメン)周波数特性を示す。図から、10Hz以下の帯域では構造ごとに卓越成分の出現状況が大きく異なっているのに対し、10Hz以上の帯域ではいずれも右上りの類似した傾向を示し各構造とも40-63Hz帯域が卓越していることがわかる。この傾向をより明らかにするために次のFig.2に支間長別周波数特性を示す。これは支間長30m及び40mのPC桁高架構造物について比較したもの

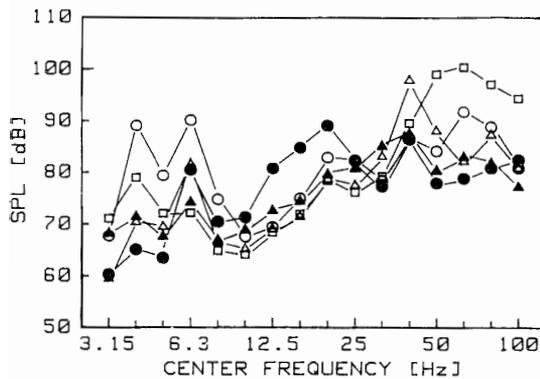


Fig.1. Results of one-third octave band analysis of the low frequency sound radiated from various elevated structures of the Shinkansen. Symbols represent the type of structures.  
○ RC girder (span 30m) ; △ PC girder (span 30m) ; □ PC box girder (span 40m) ; ● Rahmen (ballast track) ; ▲ Rahmen (resilient tie track).

であるが、4-6.3Hz帯域の卓越成分は支間長の増大に伴って低減へ移行する傾向を示すのに対し、40-63Hz帯域についてはレベルの違いがあるものの両者とも40 Hz成分が卓越していることがわかる。

これらの実測例から、4-6.3Hz帯域の卓越成分は構造物の振動特性（特に1次固有振動）を、40-63Hz帯域の卓越成分は構造物への加振力特性を、それぞれ強く反映しているものと推測される。

## 3 解析方法

### 3.1 加振力特性の設定

現在新幹線には騒音振動の低減を目的とした各種軌道（防振スラブ軌道、改良有道床軌道、弾性まくらぎ直結軌道等）が採用されている。構造物への加振力特性はこれら軌道の種類によって異なることが考えられるが、低周波領域における軌道別の加振力特性は現在までのところ十分明らかにはされていない。そこで本稿では佐藤(1976)<sup>7)</sup>の研究を参考に、異なる軌道構造に対応する2種類の加振力特性を適当な関数を用いて近似することとし、設定周波数範囲は低周波領域での構造物の振動応答を調べるために0-100Hzとした。

Fig.3に計算に用いた加振力の周波数特性を示す。なお簡単のために、以下40Hzに卓越成分をもつ加振力

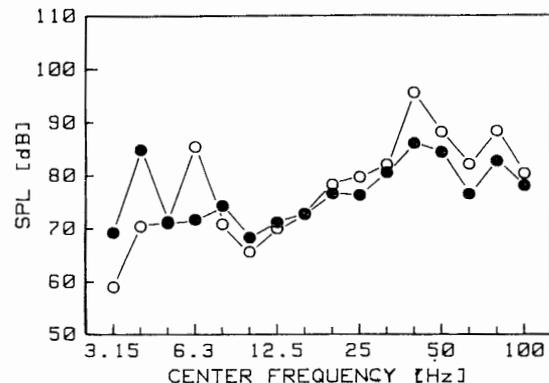


Fig.2. Results of one-third octave band analysis of the low frequency sound radiated from PC girder type of structures. Symbols represent the span of structures. ○ 30m ; ● 40m

を  $F_1$ 、60Hzに卓越成分をもつ加振力を  $F_2$  と呼ぶことにする。

各加振力は次の関数（アーネシーの曲線、witch of Agnesi)を用いて近似されている。

$$F_1 = \frac{(8\sqrt{5})^3}{(\omega_f - 40)^2 + (8\sqrt{5})^2} \times \left(\frac{\sqrt{5}}{20} \times 10^3\right) \quad (1)$$

$$F_2 = \frac{(5\sqrt{5})^3}{(\omega_f - 60)^2 + (5\sqrt{5})^2} \times \left(\frac{\sqrt{5}}{10} \times 10^3\right) \quad (2)$$

ここに、 $\omega_f$  : 加振周波数

### 3・2 梁モデルの応答計算式

Fig.4に計算に用いた梁モデルを示す。ここでは加振力が両端支持梁上を等速移動する場合の梁の応答を調べることにした。

図に示される系の運動方程式は加振力の位置を  $x$ 、梁のたわみを  $y(x,t)$  として式(3)で与えられる。

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F(x,t) \quad (3)$$

ここで、 $E$  : ヤング率、 $I$  : 断面2次モーメント、 $\rho$  : 密度、 $A$  : 断面積、 $F(x,t)$  : 外力である。

ただし外力は移動速度を  $v$ 、加振力を  $F_0$ 、加振周波数を  $\omega_f$  として次のように表される。

$$F(x,t) = \begin{cases} 0 & (x \neq vt) \\ F_0 \cos \omega_f t & (x = vt) \end{cases} \quad (4)$$

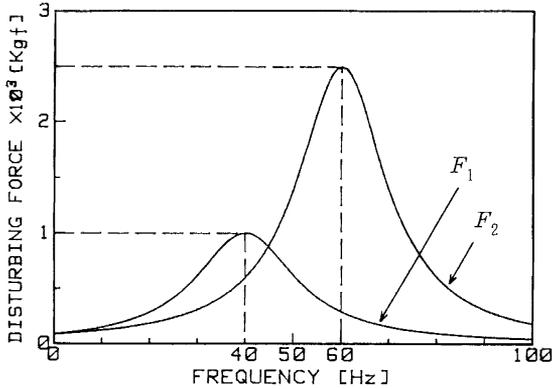


Fig.3. Frequency characteristics of the assumed disturbing force  $F_1$  and  $F_2$ .

梁のたわみ  $y(x,t)$  はモーダルアナリシス（振動形解析法）によって求められ、その導出過程は付録に示す。一方、振動体から放射される音響パワーは振動体表面法線方向速度の2乗に比例すると考えられることから、梁のたわみ  $y(x,t)$  を時間  $t$  で微分することによりたわみ速度  $\dot{y}(x,t)$  が次のように求められる。

$$\dot{y}(x,t) = \frac{F_0}{\rho A l} \sum_{s=1}^{\infty} \left[ -\frac{\omega_f + \omega_s}{n_s^2 - (\omega_f + \omega_s)^2} \left\{ \cos n_s t - \cos(\omega_f + \omega_s)t \right\} + \frac{\omega_f - \omega_s}{n_s^2 - (\omega_f - \omega_s)^2} \left\{ \cos n_s t - \cos(\omega_f - \omega_s)t \right\} \right] \sin \frac{s\pi x}{l} \quad (5)$$

$(n_s \neq \omega_f + \omega_s, n_s^2 \neq (\omega_f - \omega_s)^2)$

$$\dot{y}(x,t) = \frac{F_0}{\rho A l} \sum_{s=1}^{\infty} \left[ \left\{ \frac{\omega_f - \omega_s}{n_s^2 - (\omega_f - \omega_s)^2} - \frac{1}{2n_s} \right\} \cos n_s t - \frac{\omega_f - \omega_s}{n_s^2 - (\omega_f - \omega_s)^2} \cos(\omega_f - \omega_s)t - \frac{1}{2n_s} \cos n_s t + \frac{t}{2} \sin n_s t \right] \sin \frac{s\pi x}{l} \quad (6)$$

$(n_s = \omega_f + \omega_s, n_s^2 \neq (\omega_f - \omega_s)^2)$

$$\dot{y}(x,t) = \frac{F_0}{\rho A l} \sum_{s=1}^{\infty} \left[ -\left\{ \frac{\omega_f + \omega_s}{n_s^2 - (\omega_f + \omega_s)^2} + \frac{1}{2n_s} \right\} \cos n_s t + \frac{\omega_f + \omega_s}{n_s^2 - (\omega_f + \omega_s)^2} \cos(\omega_f + \omega_s)t + \frac{1}{2n_s} \cos n_s t - \frac{t}{2} \sin n_s t \right] \sin \frac{s\pi x}{l} \quad (7)$$

$(n_s \neq \omega_f + \omega_s, n_s = \omega_f - \omega_s)$

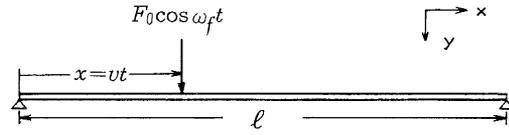


Fig.4. Analysis model of a structure under a moving force.

$$\dot{y}(x,t) = \frac{F_0}{\rho A l} \sum_{s=1}^{\infty} \left[ \left\{ \frac{\omega_f + \omega_s}{n_s^2 - (\omega_f + \omega_s)^2} - \frac{1}{2n_s} \right\} \cos n_s t \right. \\ \left. + \frac{\omega_f + \omega_s}{n_s^2 - (\omega_f + \omega_s)^2} \cos(\omega_f + \omega_s)t - \frac{1}{2n_s} \cos n_s t \right. \\ \left. + \frac{t}{2} \sin n_s t \right] \sin \frac{s\pi x}{l} \\ (n_s \neq \omega_f + \omega_s, n_s = \omega_s - \omega_f) \quad (8)$$

計算にあたっては最高100Hzまでの応答が求められればよいため、必要に応じ次数  $s$ 、を適宜変更した。また式(5)–(8)は加振周波数  $\omega_f$  に対する梁の応答を与えるため、3・1で設定された加振力特性に従い、各加振周波数に対する梁の応答を求めて合成することとした。

### 3・3 周波数分析

式(5)–(8)は梁上の任意の位置  $x$  での時刻  $t$  における梁のたわみ速度を与えるもので、その結果は時間軸上の速度振幅として与えられる。これに周波数分析を施しパワースペクトル密度関数  $S(\omega)$  を用いて計算結果を表すために、次の計算を行った。

梁表面上の任意の点における法線方向速度を  $\dot{y}(t)$  とし、周波数  $\omega$  における複素フーリエ係数を  $\dot{Y}(\omega)$  とすると両者の間には次の関係が成り立つ。

$$\dot{Y}(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{y}(t) e^{-j\omega t} dt \quad (9)$$

ここに、 $T$ ：データの切り出し時間

したがって、パワースペクトル密度関数  $S(\omega)$  は式(9)を用いて次のように表される。

$$S(\omega) = \frac{2}{T} \left| \dot{Y}(\omega) \right|^2 \\ = \frac{2}{T} \left[ \left\{ \int_0^T \dot{y}(t) \cos \omega t dt \right\}^2 + \left\{ \int_0^T \dot{y}(t) \sin \omega t dt \right\}^2 \right] \quad (10)$$

式(10)によって与えられるパワースペクトル密度関数について  $10 \log(S(\omega))$  を計算し、これを相対レベルとして計算結果を表すのに用いた。

## 4 解析結果及び考察

### 4・1 周波数帯域別の発生原因

計算は  $\rho A = 22500 \text{ kg}$ 、 $l = 50 \text{ m}$ 、 $n_1 = 2\pi \times 4 \text{ rad/sec}$  の構造物を基準として行い、支間長を変えることにより1次固有振動数を4–6Hzにもつ構造物を設定してそれぞれに加振力  $F_1$  及び  $F_2$  が作用した場合の応答を調べた。なお加振力の移動速度は  $210 \text{ km/h}$  で統一し、応答点は構造物中央とした。

支間長40–50mの構造物上に加振力  $F_1$ 、 $F_2$  が等速移動した場合の構造物の応答計算結果をそれぞれ Fig. 5 (a), (b) に示す。

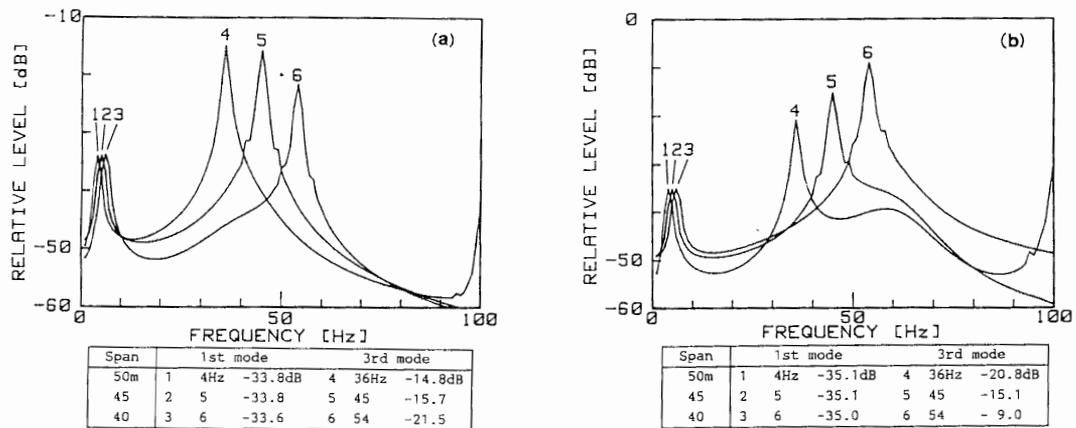


Fig.5. Calculated frequency response spectra of the beam for the different spans.  
(a) Beams were disturbed by  $F_1$ . (b) Beams were disturbed by  $F_2$ .

加振力  $F_1$  が構造物に作用した場合についてみると、4-6.3Hz帯域には、設定された各構造物の1次固有振動に対応する卓越成分が現れているとともに、40-63Hz帯域には各構造物の3次固有振動に対応する卓越成分が現れ、2山型のスペクトル形状となっていることがわかる。3次固有振動はその周波数が  $F_1$  の卓越周波数(40Hz) に近接するため、各構造物とも加振力特性の影響を強く受け、高いレベルの応答となっている。

加振力  $F_2$  が構造物に作用した場合も同様に2山型のスペクトル形状となり、各構造物の3次固有振動はその周波数が  $F_2$  の卓越周波数(60Hz) に近接するため、加振力特性の影響により高いレベルの応答となっている。

このように  $F_1$  及び  $F_2$  のような周波数特性をもつ加振力が構造物に作用すると仮定することにより、各構造物とも2山型の応答スペクトラムをもち、40-63Hz帯域の卓越成分は常に高いレベルとなることがわかる。

ここで先に示された低周波音の実測結果(Fig.1, Fig.2)が1/3オクターブバンド分析によるものであり、4-6.3Hz帯域では周波数分解能が高く40-63Hz帯域で低いことを想起すれば、本解析結果は低周波音の実測結果に現れた傾向をよく表しているといえよう。

したがって低周波音の周波数分析結果に現れる4-6.3Hz帯域の卓越成分は、構造物の1次固有振動に起因する成分であり、40-63Hz帯域の成分には加振力特性の影響が強く現れていると考えられる。

#### 4・2 構造物の剛性変更による振動低減対策

4・1の結果は40-63Hz帯域成分のレベルを低下させるためには構造物への加振力の低下が有効であることを示唆するが、一方、加振力の影響は構造物の低次固有振動(本稿の例では3次固有振動)との共振によってより強く現れていることから、構造物の振動特性を変更し共振を避けることも対策として有効であると考えられる。そこで次に支間長一定(50m)のまま剛性を変化させた場合の応答の変化を調べた。剛性の変化は4・1に示した数値を基準に桁高を変えることによって表した。

Fig. 6 (a)に加振力  $F_1$  に対する構造物の応答を桁高さ別に示す。図から各卓越成分は桁高さが高くなるにしたがって高域へ移行するとともに、レベルが低下していることがわかる。特に3次固有振動は加振力の卓越周波数から離れるため、レベルの低下はきわめて大きい。

Fig. 6 (b)に加振力  $F_2$  に対する構造物の応答を桁高さ別に示す。図から1次固有振動に対応する卓越成分は桁高さの増加に伴い高域へ移行するとともにレベルが低下しているが、3次固有振動に対応する卓越成分は加振力の卓越周波数に接近し、逆にレベルが高くなる場合があることがわかる。

したがって構造物の剛性変更は加振力の周波数特性が明らかな場合について、低周波音の全帯域にわたって効果的な対策方法であるといえよう。

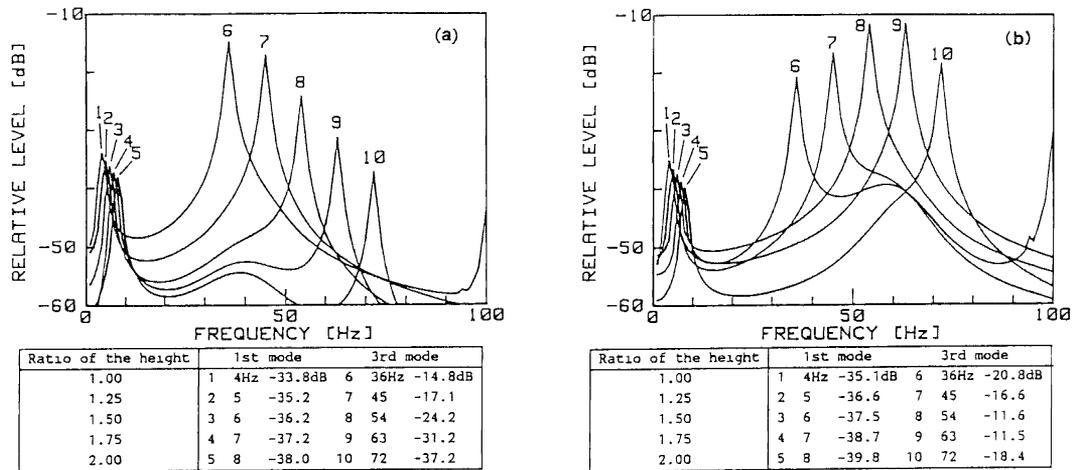


Fig.6. Calculated frequency response spectra of the beam for the different height.  
(a) Beams were disturbed by  $F_1$ . (b) Beams were disturbed by  $F_2$ .

## 5 結 言

新幹線高架構造物直下で測定された低周波音の構造別、支間長別周波数特性に現れる特徴的な傾向の原因を明らかにするために、列車、軌道、構造物等で構成される入出力系をモデル化し、数値計算によって加振力が固有振動数の異なる構造物上を等速移動した場合の各構造物の応答を調べた。その結果、4-6.3Hz帯域の卓越成分は構造物の1次固有振動に起因する成分であり40-63Hz帯域の卓越成分は加振力特性の影響が強く現れた成分であることがわかった。また低周波音の低減対策方法としては、加振力の周波数特性が明らかである場合には、剛性変更による構造物の振動特性の変更が効果的であることがわかった。

構造物への加振力は軌道の種類によって異なると考えられるが、現行の各種軌道の低周波領域における加振力特性は、現在までのところ必ずしも十分明らかにされていない。しかしながら本稿で示されたように高架構造物直下で観測される低周波音には加振力特性の影響が強く現れており、また低周波音のレベルの低下をはかるためにも加振力特性を知ることが必要不可欠である。したがって今後は、より詳細な解析あるいは実測を行い、低周波領域における各種軌道別の加振力特性を明らかにしていく必要があると考えられる。

## 付 録 梁のたわみ方程式の導出

梁のたわみ $y(x,t)$ は $s$ 次固有振動の基準座標を $\phi_s(t)$ とすれば、単純支持梁の振動形を用いて次のように表される。

$$y(x,t) = \sum_{s=1}^{\infty} \phi_s(t) \sin \frac{s\pi x}{l} \quad (\text{A.1})$$

式(A.1)及び式(4)を式(3)に代入して整理すると、式(3)は基準座標 $\phi_s(t)$ に関して式(A.2)のように変形される。

$$\ddot{\phi}_s + n_s^2 \phi_s = \frac{2F_0}{\rho Al} \cos \omega_f t \sin \omega_s t \quad (\text{A.2})$$

ここに、

$\ddot{\phi}_s$  :  $\phi_s(t)$ の時間 $t$ に関する2階微分

$n_s$  : 梁の $s$ 次固有振動

$\omega_s$  :  $s\pi/l$

加振力が作用する以前には梁は静止していたと仮定して式(A.2)を解き、その結果を式(A.1)に代入することにより、任意の位置 $x$ での時刻 $t$ における梁のたわみ $y(x,t)$ が式(A.3)-(A.6)のように求められる。

$$y(x,t) = \frac{F_0}{\rho Al} \sum_{s=1}^{\infty} \left[ -\frac{1}{n_s^2 - (\omega_f + \omega_s)^2} \left\{ \frac{\omega_f + \omega_s}{n_s} \sin n_s t - \sin(\omega_f + \omega_s)t \right\} + \frac{1}{n_s^2 - (\omega_f - \omega_s)^2} \left\{ \frac{\omega_f - \omega_s}{n_s} \sin n_s t - \sin(\omega_f - \omega_s)t \right\} \right] \sin \frac{s\pi x}{l} \quad (n_s \neq \omega_f + \omega_s, n_s^2 \neq (\omega_f - \omega_s)^2) \quad (\text{A.3})$$

$$y(x,t) = \frac{F_0}{\rho Al} \sum_{s=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{n_s} \left\{ \frac{\omega_f - \omega_s}{n_s^2 - (\omega_f - \omega_s)^2} - \frac{1}{2n_s} \right\} \sin n_s t - \frac{\sin(\omega_f - \omega_s)t}{n_s^2 - (\omega_f - \omega_s)^2} - \frac{t}{2n_s} \cos n_s t \right] \sin \frac{s\pi x}{l} \quad (n_s = \omega_f + \omega_s, n_s^2 \neq (\omega_f - \omega_s)^2) \quad (\text{A.4})$$

$$y(x,t) = \frac{F_0}{\rho Al} \sum_{s=1}^{\infty} \left[ -\frac{1}{n_s} \left\{ \frac{\omega_f + \omega_s}{n_s^2 - (\omega_f + \omega_s)^2} + \frac{1}{2n_s} \right\} \sin n_s t + \frac{\sin(\omega_f + \omega_s)t}{n_s^2 - (\omega_f + \omega_s)^2} + \frac{t}{2n_s} \cos n_s t \right] \sin \frac{s\pi x}{l} \quad (n_s \neq \omega_f + \omega_s, n_s = \omega_f - \omega_s) \quad (\text{A.5})$$

$$y(x,t) = \frac{F_0}{\rho Al} \sum_{s=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{n_s} \left\{ \frac{\omega_f + \omega_s}{n_s^2 - (\omega_f + \omega_s)^2} - \frac{1}{2n_s} \right\} \sin n_s t + \frac{\sin(\omega_f + \omega_s)t}{n_s^2 - (\omega_f + \omega_s)^2} - \frac{t}{2n_s} \cos n_s t \right] \sin \frac{s\pi x}{l} \quad (n_s \neq \omega_f + \omega_s, n_s = \omega_s - \omega_f) \quad (\text{A.6})$$

## 文 献

- 1) 江端正直ら：新幹線鉄道騒音の分布と新設線に対する予測，東北大学電通談話会記録，47(1)，18～28，1978。
- 2) 奥村陽三ら：新幹線鉄道騒音・振動の要因分析と

- 予測に関する研究, 日本音響学会誌, **41**(8),527～534,1985.
- 3) 香野俊一ら: 鉄道騒音のうるささに関する考察, 日本音響学会誌, **29**(4),225～234,1973.
- 4) 中川武夫ら: 新幹線による低周波空気振動—新幹線公害その4—, 日本音響学会秋季講演論文集, 185～186,1976.
- 5) 山田伸志ら: 新幹線沿線において発生する低周波音, 日本音響学会春季講演論文集, 437～438,1984.
- 6) 白石英孝ら: 新幹線高架構造物から発生する低周波空気振動について, 日本音響学会秋季講演論文集, 391～392,1984.
- 7) 佐藤吉彦: 軌道高周波振動の理論解析, 鉄道技術研究報告, **1013**,43～72,1976.