

事例 4 数学的に伝え合い、考えを深める指導事例

○学年 第6学年

○主な領域 C 変化と関係

○事例のポイント

- ①個に応じた支援を工夫することで、児童全員に比例の関係をを用いた考えをもたせることができるようにする。
- ②教師の発問を工夫することで、数学的に伝え合い、考えを深めることができるようにする。
- ③「振り返り」の視点を具体的に示すことで、学びの深まりを実感できるようにする。
- ④児童のノートをICT端末を使って撮影し、大型画面に投影することで、考えを視覚化し、全員で考えを共有できるようにする。

1 単元名 比例と反比例

2 単元について

第5学年では、表を横に見ながら2倍、3倍、…の関係に着目する中で、「2つの量□と○があり、□が2倍、3倍、…になると、それに伴って○も2倍、3倍、…になるとき、『○は□に比例する』という。」と比例の定義をし、用語「比例」を学習した。

また、表と数直線の図を関連付け、既習のかけ算の場面についても比例という観点で見直すことを行っている。そのため、その後の小数や分数のかけ算やわり算の学習では、比例の関係を根拠として立式したり計算の仕方を考え出したりすることを学習してきている。

比例の意味として、次のようなことが挙げられる。

- ① 2つの数量A、Bがあり、一方の数量が2倍、3倍、…と変化するのに伴って、他方の数量も2倍、3倍、…と変化し、一方が $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、…と変化するのに伴って、もう一方の数量も $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、…と変化するということ。
- ② ①の見方を一般的にして、2つの数量の一方がm倍になれば、それと対応する他方の数量もm倍になるということ。
- ③ 2つの数量の対応している値の商に着目すると、それがどこも一定になっているということ。そこで本単元では、比例の意味や性質、比例の利用、さらに反比例について知るとともに、日常生活において、伴って変わる2つの数量を見だし、目的に応じて数学的表現（表、式、グラフ）を活用し、問題を解決する力を伸ばしていくことをねらいとしている。また、考察の方法や結果を振り返って、解決の質的な改善を目指したり、処理のよさを見だし今後の生活に生かそうとしたりする態度も養っていく。

ここで育成される資質・能力は、中学校第1学年の比例、反比例をはじめとする中学校の「関数」領域の考察や、中学校の理科での考察に生かされていく。

3 単元の目標

- (1) 比例や反比例の関係、比例の意味や性質を理解し、比例の関係をを用いて問題解決することができる。
〈知識及び技能〉
- (2) 伴って変わる二つの数量を見だし、それらの関係に着目し、目的に応じて表や式、グラフを用いてそれらの関係を表現して、変化や対応の特徴を見だすとともに、それらを日常生活に生かすことができる。
〈思考力、判断力、表現力等〉
- (3) 伴って変わる二つの数量について、数学的に表現・処理したことを振り返り、多面的に捉え検討してよりよいものを求めて粘り強く考えたり、数学のよさに気づき学習したことを生活や習に活用しようとしていたりしている。
〈学びに向かう力、人間性等〉

4 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
<p>①比例の意味として、二つの数量A、Bがあり、一方の数量が2倍、3倍、4倍、…と変化するのに伴って、他方の数量も2倍、3倍、4倍、…と変化し、一方が$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、…と変化するのに伴って、他方も$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、…と変化することを理解している。</p> <p>②二つの数量の対応している値の商に着目すると、それがどこも一定になっていることを理解している。</p> <p>③比例の関係を表す式が、$y = (\text{決まった数}) \times x$ という形で表されることや、グラフが原点を通る直線として表されることを理解している。</p> <p>④比例の関係を利用することで、手際よく問題を解決できる場合があることや、比例の関係をを用いて問題を解決していく方法を知っている。</p> <p>⑤反比例の意味として、比例の場合に対応して、二つの数量A、Bがあり、一方の数量が2倍、3倍、4倍、…と変化するのに伴って、他方の数量は$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、…と変化し、一方が、$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、…と変化するのに伴って、他方は、2倍、3倍、4倍、…と変化することを知っている。</p> <p>⑥二つの数量の対応している値の積に着目すると、それがどこも一定になっているということを知っている。</p> <p>⑦反比例の関係を表す式が、$x \times y = (\text{決まった数})$ という形で表されることや、グラフについて、比例のグラフとの違いを知っている。</p>	<p>①伴って変わる二つの数量について、比例の関係にある数量を見いだしている。</p> <p>②比例の関係をを用いて問題を解決する際に、目的に応じて、式、表、グラフなどの適切な表現を選択して、変化や対応の特徴を見いだしている。</p> <p>③日常生活や算数の学習などの比例が活用できる場面において、比例の関係を生かして問題を解決している。</p> <p>④比例を用いた問題解決の方法や結果を評価し、必要に応じて、目的により適したものに改善している。</p>	<p>①生活や学習に、比例が活用できる場面を見付け、能率のよい処理の仕方を求め、積極的に比例の関係を生かしていこうとしている。</p> <p>②目的に応じて適切な表現を用いるなど、式、表、グラフの表現の特徴やそのよさに気付いている。</p> <p>③問題解決の方法や結果を評価し、必要に応じて、目的により適したものに改善していこうとしている。</p>

5 指導と評価の計画

時間	ねらい・学習活動	評価規準（評価方法）		
		知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
1 ・ 2	<p>比例の性質について理解する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 表を横に見て考える。(整数倍、小数倍、分数倍) x の値と y の値の変わり方を調べて、比例の性質をまとめる。 	・知①（ノート分析）		
3	<p>y が x に比例するとき、$y = (\text{決まった数}) \times x$ と表せることを理解し、比例の関係を式に表すことができる。</p> <ul style="list-style-type: none"> 比例の関係のとき、どのような式になるか考える。 	・知②③（ノート分析）	・思①（行動観察、ノート分析）	
4	<p>y が x に比例するとき、$y = (\text{決まった数}) \times x$ と表せることを理解し、比例の関係を式に表すことができる。</p> <ul style="list-style-type: none"> 二つの数量が比例の関係になっているかどうか調べる。 	・知②③（ノート分析）	○思①（行動観察、ノート分析）	
5 ・ 6	<p>比例の関係をグラフに表して考察することができ、比例の特徴を理解する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 比例の関係をグラフに表して考察する。 比例の特徴を考える。 	・知③（ノート分析）	・思②（行動観察、ノート分析）	○態②（行動観察、ノート分析）
7	<p>比例のグラフを考察することを通して、比例のグラフについて理解を深める。</p> <ul style="list-style-type: none"> 傾きの異なる 2 本の比例のグラフからそれぞれの特徴や事象の様子など読み取る。 		○思②（行動観察、ノート分析）	
⑧ 本時	<p>比例の関係を活用した問題解決の方法を考え、表や式を用いて説明できる。</p> <ul style="list-style-type: none"> 比例の関係を活用して問題解決の方法を考える。 	・知④（ノート分析）	○思③（行動観察、ノート分析）	
9	<ul style="list-style-type: none"> 比例の関係をを使って、問題を解く。 	・知④（ノート分析）	○思④（行動観察、ノート分析）	○態③（ノート分析）
10	<p>学習内容を適用して問題を解決する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 基本的な問題を解決する。 	・知①②③④（ノート・プリント分析）		○態①（行動観察、ノート分析）
11	<p>反比例の意味について知る。</p> <ul style="list-style-type: none"> 比例での学習を生かして、反比例の関係にある表を調べる。 	・知⑤（ノート分析）		

12	反比例の性質について知る。 ・反比例する2つの数量関係の性質をまとめる。	・知⑥(ノート分析)		
13	yがxに反比例するとき、 $y = (\text{決まった数}) \div x$ と表せることを理解し、反比例の関係を式に表すことができる。 ・反比例の関係のとき、どのような式になるか調べる。	・知⑦(ノート分析)		
14	反比例の関係をグラフに表して考察することができ、反比例のグラフの特徴を理解する。	・知⑦(ノート分析)		
15	学習内容の定着を確認し、理解を確実にする。	・知①②③④⑤⑥⑦(ノート分析)		○態③(ノート分析)
16	学習内容の定着を確認する。(評価テスト)	○知①②③④⑤⑥⑦(ペーパーテスト)		

6 本時について (本時 8 / 16時)

(1) 本時の目標

- 比例の関係を活用して、問題解決することができる。 〈知識及び技能〉
- 伴って変わる二つの数量の関係に着目し、表や式を用いてそれらの関係を表現することができる。 〈思考力、判断力、表現力等〉

(2) 展開

学習活動	教師の発問 (◎) 予想される児童の反応 (・)	評価規準 (◇) 支援 (⇒) 指導上の留意点 (○)	時間
1 問題を把握し、課題を見いだす。	◎画用紙300枚を用意する方法はないでしょうか。 ・数える→数えるのは大変 ・高さをはかる。 ・1枚の重さをはかる。 →軽すぎて分からない。 ・10枚の重さをはかる。	○画用紙1枚1枚同じ条件であることを確認する。 ⇒出てきた考えを認めたいうえで、数えずに求める問題であることをつかませる。	5
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> 画用紙10枚の重さをはかったら、92gありました。この画用紙300枚を全部数えないで用意する方法を考えましょう。 </div>			
2 本時の課題をつかむ。			2
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> どうすれば、ものを数えなくても用意することができるだろう。 </div>			
3 見通しをもつ。	◎解決に向けて、どのように取り組みますか。 ・表や式を使います。		2

4 自力解決をする。

枚数 x (枚)	10	20	...	300
重さ y (g)	92	184	...	□

枚数が 20 枚になったとき、
 $92 \times 2 = 184$
 同じように考えれば 300 枚の重さが
 分かりそうです。

事例のポイント① (個別の支援例)

T: 画用紙が 20 枚のとき、重さはどうなりますか。
 C: 10 枚分増えると思います。(表に数を記入)
 T: 30 枚だったら、どうですか。
 C: もう 10 枚分増えると思います。(表に数を記入)
 T: 同じように増えるのは、どうしてでしょう。
 C: 画用紙 1 枚 1 枚同じ条件だからです。
 T: 表を見て、何か気が付くことはありませんか。

編 P63 指導計画作成の留意事項(2)

編 P63 指導計画作成の留意事項(1)

◇日常生活や算数の学習などの比例が活用できる場面において、比例の関係を生かして問題を解決している【思・判・表③】(行動観察、ノート分析)

⇒手が止まっている児童には、表を用意し、画用紙 1 枚 1 枚同じ条件であることを確認することで、比例とみなすことができることに気付かせる。

8

5 それぞれの考えを発表し、話し合う。

事例のポイント②

【発問例】

- ・〇〇さんは、どうしてこのように考えたのかな？
- ・まず、何をしたのかな？
- ・次は何をすればよいのかな。

㊦表を横に見る考え 比例

枚数 x (枚)	10	300
重さ y (g)	92	□

×30

枚数が 30 倍だから重さも 30 倍
 $92 \times 30 = 2760$
 答え 2760g の画用紙を用意する

㊧表を縦に見る考え 比例

枚数 x (枚)	10	300
重さ y (g)	92	□

×9.2

$y = x \times (\text{決まった数})$
 決まった数は $92 \div 10 = 9.2$
 $y = 300 \times 9.2$
 $= 2760$
 答え 2760g の画用紙を用意する

㊨表を横に見る考え (1 枚の重さを考える)

枚数 x (枚)	1	10	300
重さ y (g)		92	□

÷10

1 枚の重さは、10 枚の重さの $\frac{1}{10}$ だから $92 \div 10 = 9.2$

300 枚だと $9.2 \times 300 = 2760$ 単位量当たりの大きさ
 答え 2760g の画用紙を用意する

○発表者のノートを大型画面に映し、考えを視覚化する。(ICT端末の活用)

事例のポイント④

- ・自分の考えをノートに記入した児童は、ICT端末でノートの写真を撮影する。
- ・発表者は、大型画面に映し出された自分の考えを発表し、教師は黒板提示用のホワイトボードに、児童の発表のなかでポイントとなることを記入する。

○友達が考えた式について、表を使って説明したり、途中までの考えに付け加えて説明したりする活動を通して、児童たちでまとめていけるように支援する。
 ○キーワードを板書し、終末に児童の言葉でまとめることができるようにする。

12

<p>6 本時のまとめをする。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・30倍にしたのは、枚数と重さは比例の関係だからです。 ・画用紙10枚から300枚は30倍になっているから重さも92gの30倍にしたのだと思います。 ・㊦と㊧は、表を横に見ています。㊨は、表を縦に見ています。 ・$y = x \times (\text{決まった数})$だから、決まった数は$92 \div 10 = 9.2$です。300枚の重さは$300 \times 9.2 = 2760$ 2760gになります。 ・㊩は単位量当たりの大きさの考えを使っていますが、これも比例の関係だと思います。 	<p>○比の考えは、次時以降で扱うため、ここでは比例の関係を生かした考え方を取り上げる。</p>	<p>3</p>
<p>二つの数量が比例する場合、その関係を活用すれば、ものを数えなくても用意することができる。</p>			
<p>7 適用問題に取り組む。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ◎枚数が変わると、それに伴って変わる数量には、重さ以外に何がありますか。 ・厚さ（高さ）です。 	<p>⇒導入で「厚さ」と答えた児童がいた場合は、想起させる。</p> <p>⇒比例の考えを使って、日常生活の中の問題も解決することができることに気付かせる。</p>	<p>10</p>
<p>この画用紙10枚の厚さは2mmありました。このことをもとにして、300枚用意する方法を説明しましょう。</p>			
<p>8 本時の学習の振り返りをする。</p>	<p>◎枚数と厚さの関係を使っても300枚の画用紙を用意することができるか確かめましょう。</p> <div data-bbox="564 1361 970 1601" style="border: 1px solid black; border-radius: 15px; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>事例のポイント③ 【振り返りの視点】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・なるほど!と思ったこと ・今日、身についた力 ・日常生活で生かせそうなこと ・次に学びたいこと </div> <p>◎今日の学習を終えて自分にはどんな力がついたのか、また、日常生活で生かせそうなこと、次に学びたいことは何ですか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・友達の考えを聞いて、比例の性質や特徴を使って問題を解くことができました。 ・郵便局に集まるハガキもこのように枚数が分かると思います。 ・比例を使った他の問題も解きたいです。 	<p>◇比例の関係を利用することで、手際よく問題を解決できる場合があることや、比例の関係をを用いて問題を解決していく方法を知っている。【知・技④】(ノート分析)</p> <p>○向上したことの実感や自分の考えが深まったこと、次の課題につながる振り返りをさせる。</p>	<p>3</p>

7 指導の実際

＜それぞれの考えを公表し、話し合う場面＞

C1：私は、前に学習した表に表しました。10枚のとき92g、20枚のとき92×20で184gになりました。同じように考えれば300枚の重さが分かりそうですが、ここから分からなくなりました。

T：同じように考えて困ってしまった人はいますか。

C2：C1さんと同じに考えました。枚数を10、20、30、40、50、60、70枚まで表に書いて重さを出しました。すべて書いていたら時間がなくなっていました。

C3：10、20…70と書かなくても比例の関係だから、そこまで書かなくてもいいと思います。

T：C3さんは、どうして比例の関係だと考えたのでしょうか。

C4：同じ画用紙なので、枚数が増えると、重さも増えるからです。

C5：xが□倍になるとyも□倍になる考えです。

学習コーナーの既習の学習で確認

C：表を横に見た考えです。

T：C3さんは、まず、何をしたのでしょうか。

C1：10枚から300枚が何倍になるか考えました。

T：C3さんは、次に何をしたのでしょうか。

C2：重さも30倍にしました。92×30です。

C6：他の考えもあります。私は、こう考えました。

T：C6さんの考え方は、C3さんの考え方と何が違うのでしょうか。

C：表を縦に見ています。あっ！決まった数だ！

T：C6さんは、まず、何をしたのでしょうか。

C7：決まった数を求めました。

C6：C7さんが言ってくれたように、私は比例の関係とみて、決まった数を求めて考えました。

T：C6さんは、どんな計算で求めたのでしょうか。

C8：10×□=92 □=92÷10=9.2

決まった数は9.2

300枚の重さは9.2×300=2760(g)

C：どの考えも比例の関係を使っています。

T：（厚みが異なる紙の束を提示しながら）このような場合でも比例の関係を使うことができますか？

C：比例の関係は使えません。

T：どうして比例の関係を使えないのでしょうか。

C：いろいろな種類の紙があり、紙1枚の重さがそれぞれちがうからです。

C：2つの数量が比例している場合のみ、比例の関係が使えます。

C1の考え

枚数	10	20	300
重さ	(g) 92	184	<input type="text"/>

C3の考え

枚数	10	20	300
重さ	(g) 92	184	<input type="text"/>

92×30=2760
10枚を30束

C5の発表後の板書

×が□倍になるとyも□倍になる

枚数	10	20	300
重さ	(g) 92	184	<input type="text"/>

92×30=2760
10枚を30束

C6の考え

(枚)	10	300
(g)	92	92

事例のポイント②

まとめの場面で児童の思考を揺さぶる発問をすることで、考えを深めることができるようにする。

8 考察

数学的に伝え合い、考えを深めるためには、自力解決でしっかり自分の考えをもたせる必要がある。そこで、自力解決の際、手が止まっている児童には、表を用意し、画用紙1枚1枚同じ条件であることを確認することで、比例とみなすことができることに気付くように支援した。

また、比例以外の考えで取り組んでいる児童には、自分の考えのもとになる考えは何かを考えさせることで、比例の関係をういた考えをもつことができるように支援した。その結果、最初は自分の考えをもつことができなかつた児童も、「枚数が2倍、3倍、…になると、重さも2倍、3倍、…になる。」などといった比例の関係をういた考えをもつことができた。

「考えを伝え合い、深める」場面では、友達の考えに気付きや疑問点を持ち、それを伝えていくことが大切であると考え、教師の発問を工夫した。その結果、児童同士の考えをつないだり、既習事項とつなげたりすることができた。さらに、教師が使っている発問を児童同士で使うようになり、話し合いが活発になり、数学的に伝え合い、考えを深めることができるようになってきた。

「指導の実際」のC2の発表にあった10枚の重さ、20枚の重さ…と70まで順番に解いていたら時間がなくなってしまった児童が、友達の考えを聞いて、よりよい方法を理解し、適用問題では比例の関係を使って解くことができたことも、思考の変容の一つである。

振り返りの場面のノート記述にも、「C3さんの考えで問題を解いたら、すぐに答えられました。」と記述があり、学びの深まりを児童自身が実感していることが分かる。

また、本時では、まとめの場面において、「どんな場合でも比例の関係を使うことができますか。」と厚みの違う紙の束を提示しながら、児童の思考を揺さぶる発問をした。それにより、枚数と重さの間には、比例の関係が成り立たないことから、二つの数量が比例する場合についてのみ、比例の関係をを使うことができることに気付かせることができた。児童の学習の振り返りには、「生活の中には、比例の関係になっているものがたくさんありそうです。これからは、比例を使って考えてみたいです。比例の関係をかを考えることも大事だと分かりました。」との記述があり、本授業を通して、児童の学びが深まったことが分かる。

本事例のポイントは、この単元だけではなく、全ての単元において活用できるポイントであり、常に教師が意識して授業を展開していくことが大切であると感じた。